

# **Indicatori di rischio DSA: partire dai processi per analizzare gli errori**

**Associazione Detto e Fatto**

**Elena Mattesini logopedista,  
Marco Bracalenti neuropsicologo,  
Tania Pescari tutor didattico,  
Ilaria Caponi neuropsicomotricista e psicoterapeuta,  
Marusca Gaggi educatrice**



Introduzione

Parte prima: La motivazione all'apprendimento della matematica

Parte seconda: Modelli e processi nello sviluppo dell'intelligenza numerica

Parte terza: La Discalculia evolutiva e le prove AC-MT 11-14

Parte quarta: L'analisi dell'errore

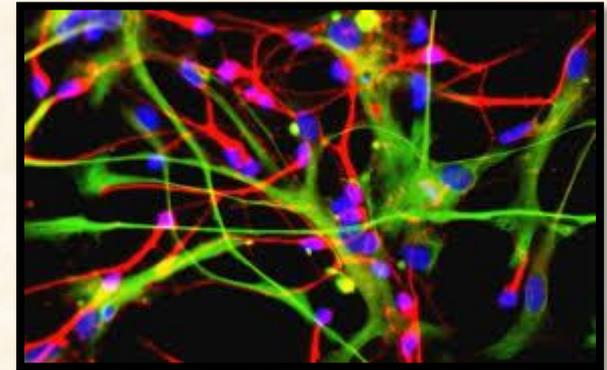
Vygotskij: zona di sviluppo prossimale

Neuroscienze: plasticità di funzione

**Scienze che si occupano di potenziamento cerebrale  
+  
scienze che si occupano di potenziamento didattico educativo**



**Una sinapsi semplice ci è  
garantita dalla biologia e  
dalla genetica**



**Una sinapsi evoluta ci è  
garantita dai nostri  
maestri**

**Non ci sono farmaci che possano garantire il massimo di funzione dei neuroni**  
**SOLO L'ISTRUZIONE PUÒ GARANTIRE LA MASSIMA PLASTICITÀ CEREBRALE**



**L'Età EVOLUTIVA** è l'età di **MASSIMO**  
ottenimento di tutte le funzioni  
basali:  
Cognitive, emotive, relazionali...

Mancare in questa finestra evolutiva  
delle strategie didattiche adatte  
significa non solo ritardare lo sviluppo  
ma **DEPOTENZIARLO**

## **PARTE PRIMA:**

# **La motivazione all'apprendimento della matematica**

La motivazione  
è ciò che ci spinge ad **affrontare** o che ci porta ad  
**evitare** compiti e situazioni



Per quanto riguarda l'apprendimento matematico, la motivazione può essere definita:

Spinte interne

Spinte esterne

CONTRAPPOSTE

ad altre che determinano una **disaffezione** verso la materia e la tendenza ad **evitarla** o ad affrontarla il **meno possibile**.



L'ANSIA PER LA MATEMATICA

riguarda il **modo** in cui ognuno di noi **interpreta le proprie abilità** che ha importanti implicazioni per il tipo di impegno e la motivazione.

ENTITARIO

INCREMENTALE

La visione entitaria o incrementale può essere un'interpretazione **delle proprie o delle altrui abilità**, che può assumere carattere **generale** o riguardare solo **alcuni ambiti**

# ENTITARIA

La propria intelligenza in toto o la propria intelligenza in matematica è una **COMPETENZA CON CUI SI NASCE.**

## ENTITARIA

IMPEGNO

Volto a **DIMOSTRARSI** bravi e ad evitare di dimostrarsi incapaci

affrontando **solo** situazioni in cui si è **sicuri di riuscire** ed evitare quelle in cui c'è il **rischio di fallire**

Ogni risultato può diventare oggetto di **GIUDIZIO**  
(possiedi quell'abilità o non la possiedi)

## OBIETTIVO ALLA PRESTAZIONE

# INCREMENTALE

le competenze con cui si nasce possono **MODIFICARSI E MIGLIORARSI** nel tempo per effetto **dell'esercizio, della maturazione, e dell'esperienza**

INCREMENTALE

IMPEGNO

volto non tanto a dimostrare di essere bravi ma verso l'obiettivo di **IMPARARE E MIGLIORARE.**

Motivazione e slancio positivo nell'affrontare anche compiti nuovi e potenzialmente difficili

**OBIETTIVO ALLA PADRONANZA**

## CHI ADOTTA UNA TEORIA ENTITARIA

Percezione di sé come  
**ABILE**

Percezione di sé come  
**POCO ABILE**

Affronta il compito perché è sostenuto dalla **MOTIVAZIONE** a **Dimostrare la propria abilità**

Tenderà ad evitare il compito per **paura di un giudizio negativo su di sé.**

**TEORIA INCREMENTALE**

Percezione di sé come  
**POCO ABILE**

**NON** porta necessariamente all'evitamento del compito perché di base c'è la tendenza a **credere di poter migliorare** in futuro applicandosi con impegno.

**MENO  
RISCHIOSA**

**IMPLICAZIONI PER LA DIDATTICA...**

**Livello motivazionale interno ed esterno si influenzano**

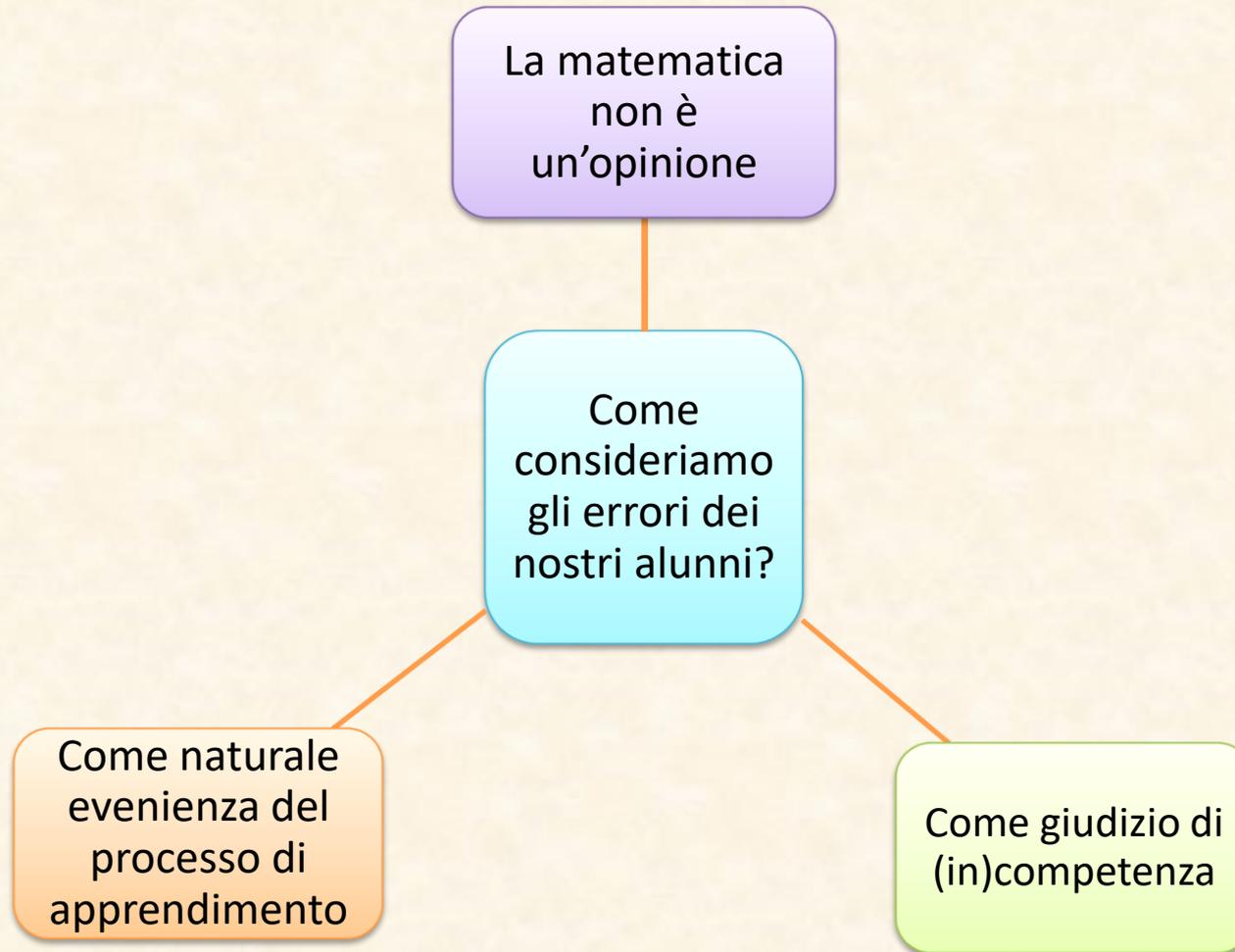
**«NON SONO PORTATO  
PER LA MATEMATICA»  
(livello motivazionale  
interno, teoria entitaria  
tendente all'evitamento del  
compito)**



**«CHI È PORTATO RIESCE, CHI NON È  
PORTATO NON RIUSCIRÀ MAI A CAPIRE  
LA MATEMATICA»  
(livello motivazionale esterno, entitario)**

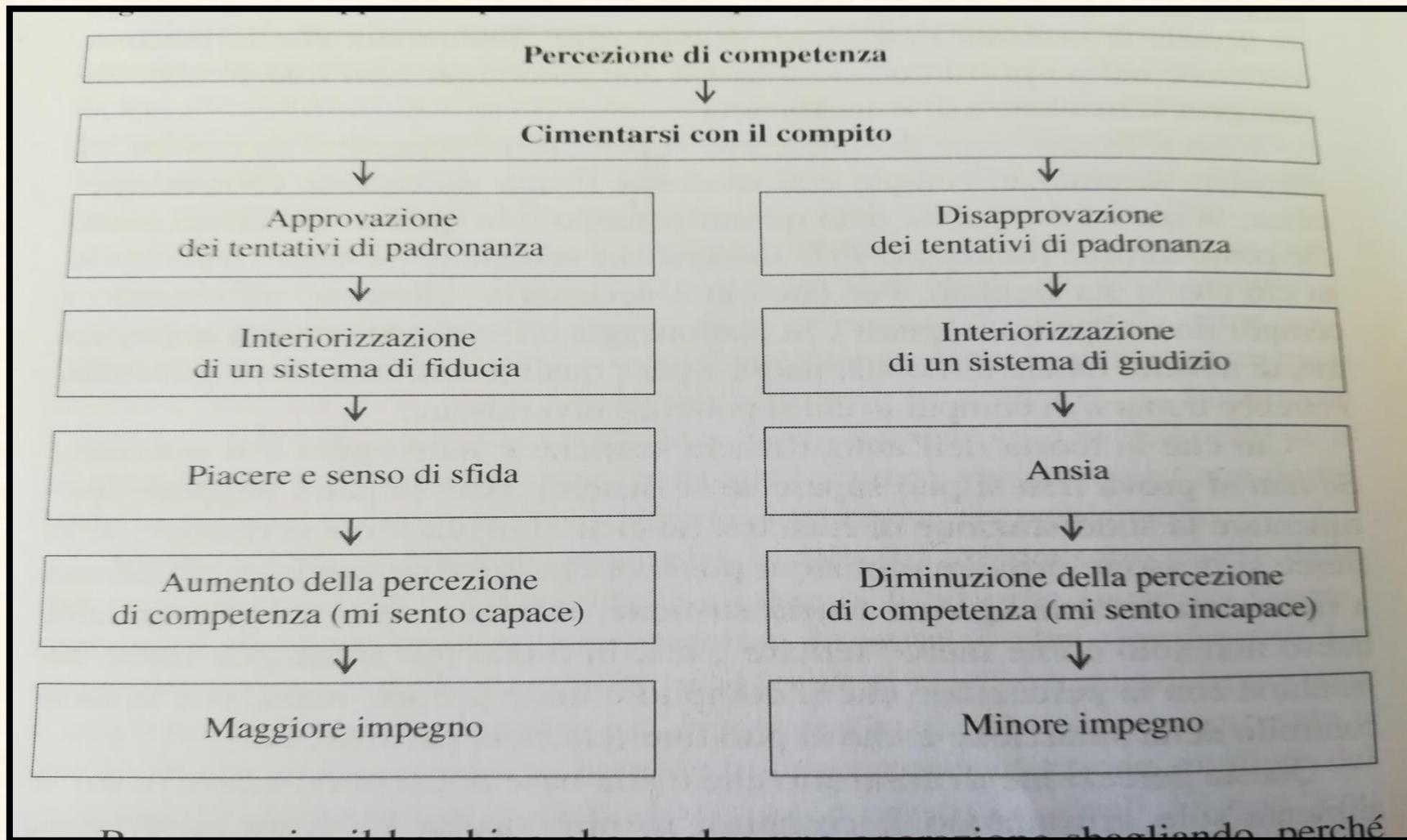
**Ritiro dell'impegno anche a fronte di difficoltà minime,  
Poco coinvolgimento,  
Rinforzo della motivazione all'evitamento, disaffezione**

**Situazione più critica!! (Lau e Nie, 2008)**

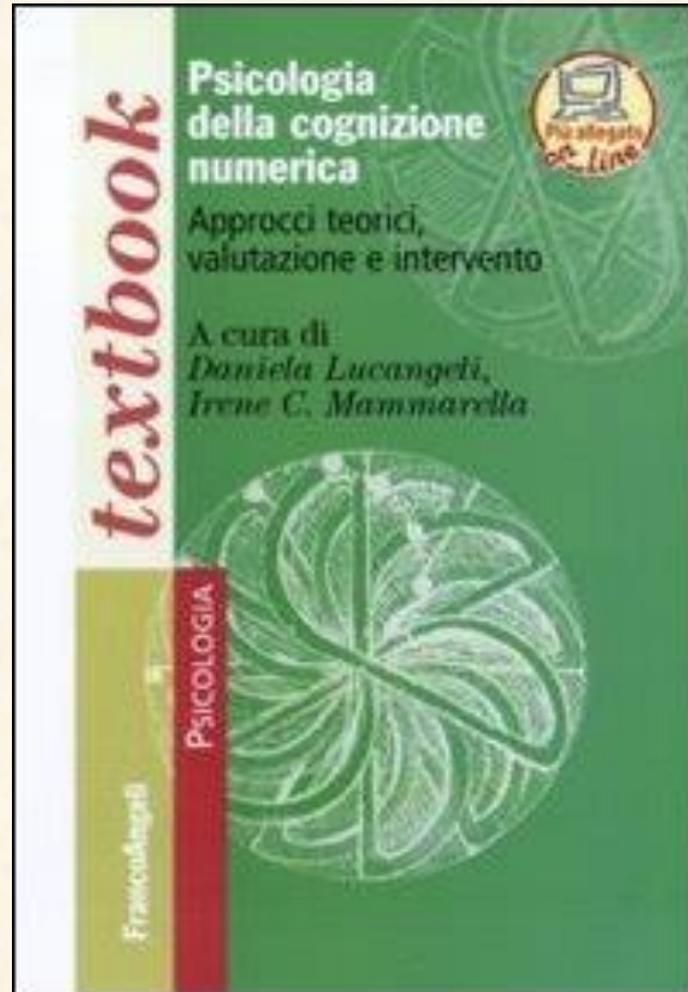


**INVITO A RIFLETTERE....**

Cosa incontra il mio alunno quando tenta di affrontare un compito difficile?



**PROMUOVERE i tentativi di padronanza  
GUIDANDO L'ALUNNO NELLA PROCEDURA CORRETTA**



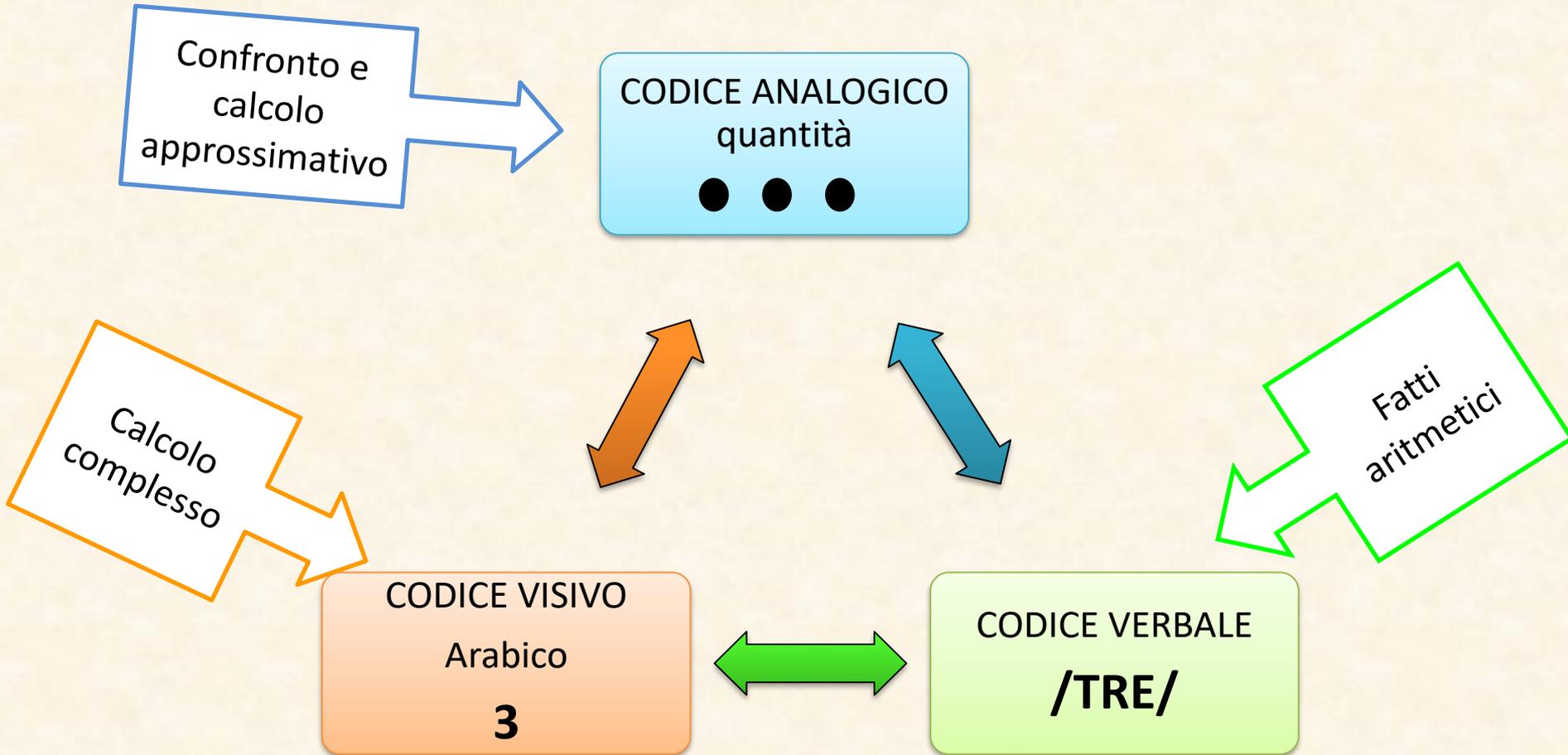
*“Il fallimento è l'opportunità di  
ricominciare da capo in maniera  
più intelligente”*

*E. Ford*

## **PERTE SECONDA:**

**Modelli e processi nello sviluppo  
dell'intelligenza numerica**

MODELLO DEL TRIPLO CODICE (DEHAENE E COHEN,1995)



## MODELLO DEL TRIPLO CODICE (DEHAENE E COHEN,1995)

CODICE VISIVO

Arabico

**3**

**Calcolo  
complesso**



Rappresentazione e manipolazione (anche spaziale) di numeri in formato arabico: il calcolo mentale non sarebbe effettuato in modo astratto ma richiederebbe uno spazio mentale visivo nel quale sono manipolati i numeri.

## MODELLO DEL TRIPLO CODICE (DEHAENE E COHEN,1995)

CODICE VERBALE

**/TRE/**

**Fatti  
aritmetici**



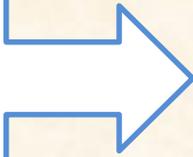
È un sistema in cui i numeri sono rappresentati in modo lessicale, fonologico e sintattico. La rappresentazione si appoggia ai meccanismi linguistici generali sia per quanto riguarda la produzione che la comprensione.  
È implicato nel recupero dei fatti aritmetici come le tabelline, le moltiplicazioni e le addizioni semplici.

## MODELLO DEL TRIPLO CODICE (DEHAENE E COHEN,1995)

CODICE ANALOGICO  
quantità



**Confronto e  
calcolo  
approssimativo**



Fondamentale per i compiti che richiedono il confronto tra grandezze numeriche, ed è alla base delle capacità di calcolo approssimato (che risulta essere indipendente dal calcolo esatto basato sui fatti numerici)

Rappresenta il cuore delle abilità di calcolo ed è innato

A poche ore dalla nascita...



1



1 ≠ 1

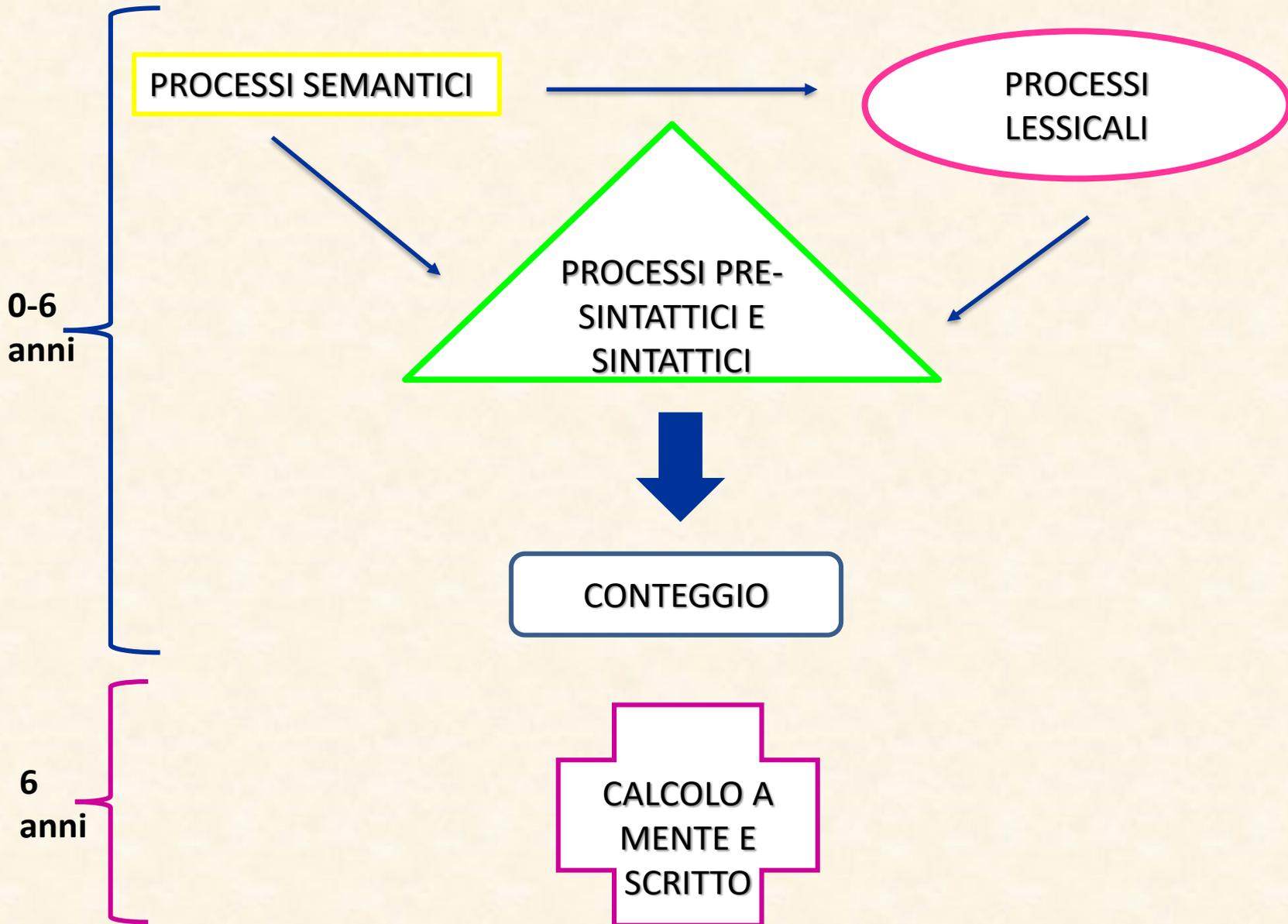


1 ≠ 1 ≠ 1

3

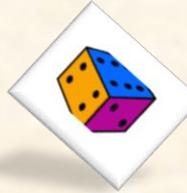
SPAN INNATO DI QUANTITÀ  
(relazioni di uguaglianza, minoranza e maggioranza)

A POCHI MESI DI VITA



## LE 4 AREE DELL' INTELLIGENZA NUMERICA

---



**Processi semantici:** capacità di comprendere il significato dei numeri attraverso una rappresentazione mentale di tipo quantitativo.



**Processi Lessicali:** capacità di attribuire i nomi ai numeri



**Counting:** capacità di conteggio

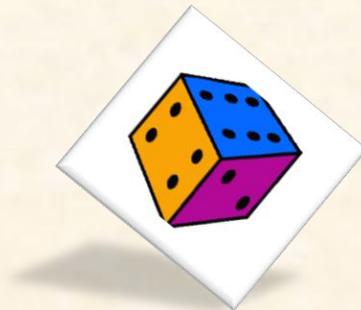


**Processi sintattici:** area che riguarda le relazioni spaziali tra le cifre: la posizione delle cifre attiva il corretto ordine di grandezza

# Subitizing

Riconoscimento visivo intuitivo di  
quantità.

- È efficiente solo nel caso di insiemi formati da pochi elementi (3-4 span di riconoscimento innato Lucangeli, Poli, Molin, 2003)
- È caratterizzato da risposte veloci e accurate.
- È influenzato dalla configurazione visiva degli elementi



Il subitizing è implicato nelle operazioni di  
**CONFRONTO TRA QUANTITÀ**  
e fa sì che il bambino

1. Comprenda la corrispondenza **uno-uno**
2. Capisca che un gruppo di oggetti costituisce **un insieme** di una certa numerosità (si possono aggiungere e togliere, o combinare elementi con altri insiemi)
3. Intenda che un set di oggetti possa essere di **numerosità  $> 0 < 0 =$**  ad un altro
4. Comprenda che gli insiemi non sono sempre composti da oggetti visibili e toccabili (mille auguri...)

A loro volta queste precondizioni racchiudono principi di

**«principio di astrazione»**

Tre elefanti e tre formiche sono equivalenti dal punto di vista numerico

Ragionamento aritmetico  
**«conservazione»** della  
numerosità

**«transitività»**

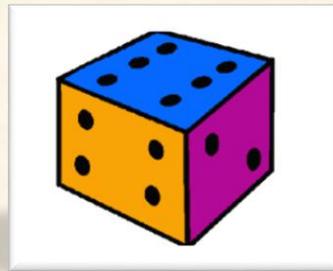
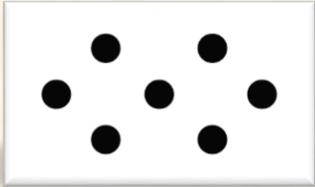
Se  $3 > 2$  e  $2 > 1$  allora  $3 > 1$

L'idea di numero è «astratta». E l'idea di «stesso numero» o di «differenti numeri»  
Sono astrazioni di astrazioni (Butterworth 2005)

## IN SINTESI...

Come componenti essenziali degli aspetti semantici dobbiamo tendere al riconoscimento e al confronto tra:

**Set di dot** che richiedono il riconoscimento di quantità con e senza conteggio



**Numeri in codice arabo** che rimandano a rappresentazioni astratte del numero



## Stima di grandezza

Processo di riconoscimento di  
quantità maggiori di 6/7 el.

**Tale meccanismo tuttavia è caratterizzato da minore velocità e accuratezza.**

## LE 4 AREE DELL' INTELLIGENZA NUMERICA: processi lessicali/rappresentazione verbale

---

L'apprendimento delle parole numero avviene, per i numeri piccoli, in concomitanza all'apprendimento di filastrocche, conte, canzoncine...

È necessario distinguere tra possesso del **concetto** di numerosità e il possesso della **parola** che indica e rappresenta quella particolare numerosità (Gelman, Butterwoth 2005):

L'organizzazione neuronale riflette **aree distinte** per il linguaggio e per il numero

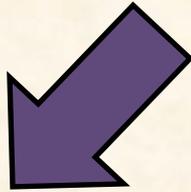
1	UNO	
2	DUE	
3	TRE	
4	QUATTRO	
5	CINQUE	

### Obiettivi principali per lo sviluppo dei processi lessicali:

1. Usare la **scansione linguistica** come base dell'enumerare **(3 anni)**
2. Usare la scansione linguistica per il **potenziamento della memoria** uditiva sequenziale **(3 anni)**
3. Favorire l'apprendimento del nome di numeri e l'automatizzazione **(3 anni)**
4. Avviare **all'incremento numerico** per aggiunta di una quantità **(4 anni)**
5. Scrittura di numeri in codice arabico **(4 anni)**
6. Lettura dei numeri in codice arabico **(4 anni)**

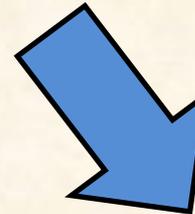


**Pollman (2003) individua due principi che ne sono alla base:**



**Il «RITMO»**

Se le parole vengono pronunciate con una cadenza ritmica regolare queste vengono apprese a prescindere dal loro significato



**La «COORDINAZIONE LINGUISTICA»**

In una costruzione linguistica coordinata le parole hanno caratteristiche comuni (infatti quando il bambino sta imparando a contare casomai sbaglia la sequenza ma non introduce termini non numerici)

**Sono tre i compiti che dobbiamo osservare nei bambini quali presupposti delle competenze lessicali:**

**La LETTURA di numeri**

**La SCRITTURA dei numeri**

**La CORRISPONDENZA nome-numero**

**LA CONTA è uno dei primi contatti per il bambino tra numerosità e mondo culturale...**

**Verso il 3 anni e mezzo il bambino comprende che LA CONTA è un modo per sapere quanti oggetti ci sono in un set**

**Non c'è cognizione numerica che non abbia bisogno della mediazione verbale MA non sono la stessa cosa e sono competenze indipendenti o semi indipendenti**

## LE 4 AREE DELL' INTELLIGENZA NUMERICA: i principi del conteggio

---

**TEORIA DEI PRINCIPI DI CONTEGGIO** (Gelman e Gallistel 1978) identificano le abilità coinvolte definendole «principi specifici alla base del calcolo»



**CORRISPONDENZA UNO A UNO:** secondo il quale, ad ogni elemento dell'insieme contato deve corrispondere una sola parola numero.



**ORDINE STABILE:** il quale si riferisce alla capacità di ordinare le parole-numero secondo una sequenza fissa che riproduce gli elementi che devono essere contati.



**CARDINALITÀ:** secondo cui, l'ultima parola-numero usata in un conteggio rappresenta la numerosità dell'insieme.

**Questi 3 principi sono necessari al bambino per affrontare poi l'apprendimento delle regole del calcolo nella scuola primaria!**

## LE 4 AREE DELL' INTELLIGENZA NUMERICA: i principi del conteggio

---

LE ABILITÀ DI CONTEGGIO INCLUDONO COMPETENZE DIVERSIFICATE (SEMANTICHE E LESSICALI) E SI RIASSUMONO IN TRE COMPITI CHE **POSSIAMO OSSERVARE** Già DAI 4 ANNI:

**LA SERIAZIONE DEI NUMERI (principio dell'ordine stabile)**

**COMPLETAMENTO DI SERIE DI NUMERI (mantenimento della serie grazie alla conoscenza delle relazioni d'ordine tra i numeri)**

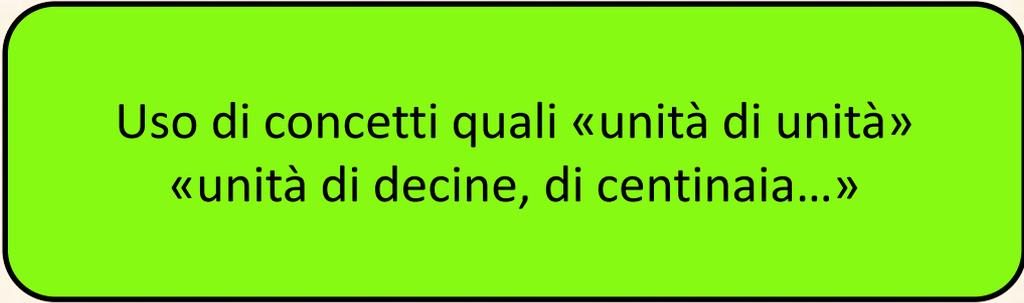
**CONTA IN AVANTI E INDIETRO: che rappresenta una delle primissime strategie di calcolo**

## LA SINTASSI

**Riguarda le diverse relazioni d'ordine di grandezza che si trovano all'interno dei numeri grandi o composti a più cifre**



Relazioni di  
inclusione



Uso di concetti quali «unità di unità»  
«unità di decine, di centinaia...»

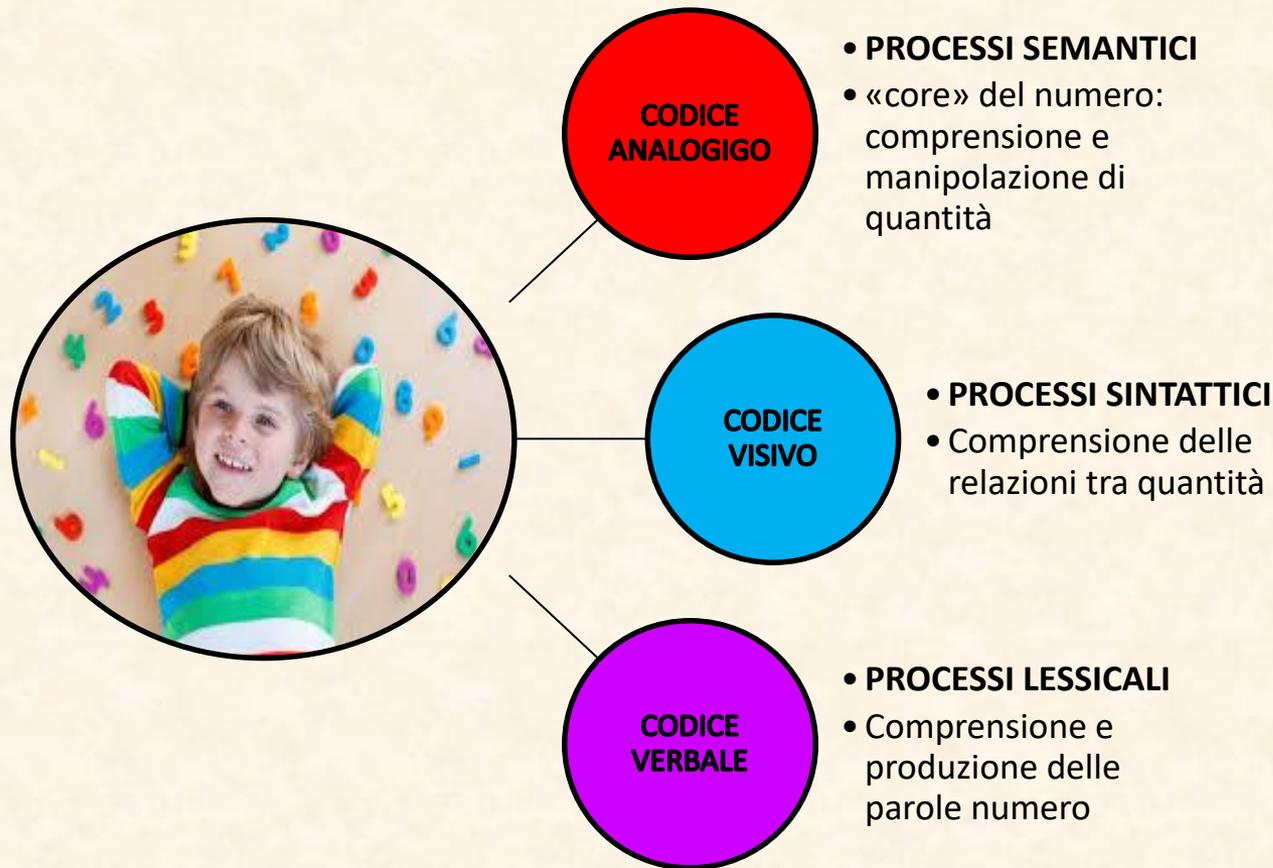
## PRECURSORI DELLA SINTASSI (o pre-sintassi):

UNO-TANTI  
«una collana formata  
da tante...»  
(unità composite)

SERIAZIONE  
IN ORDINE  
DI  
GRANDEZZA

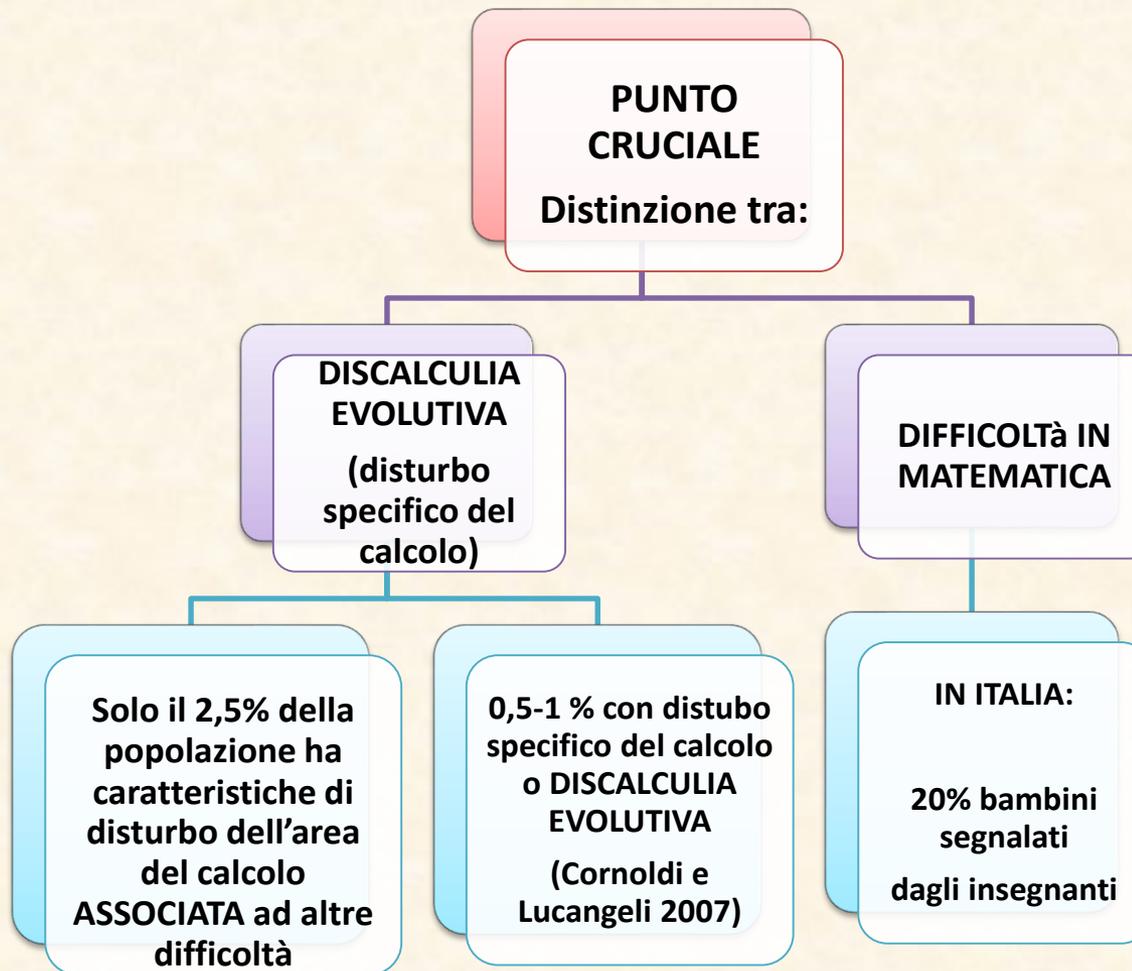
NOME-QUANTITÀ  
Capacità di  
associare al  
numero la  
numerosità  
corrispondente

## Riassumendo... dal modello di Dehaene ai processi di apprendimento osservati dal gruppo di studio Lucangeli e coll.



**PERTE TERZA:**

**La discalculia evolutiva e le prove AC-MT**



**La maggior parte delle segnalazioni sono quindi FALSI  
POSITIVI**

**OVVERO**

**Bambini con cospicue difficoltà in ambito matematico  
ma non con un disturbo specifico**



**Quali caratteristiche sono  
ascrivibili ad un profilo  
FRANCAMENTE DEFICITARIO**

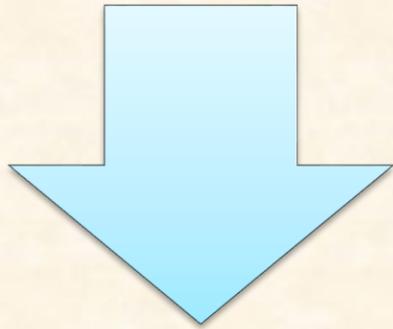


**quali invece riguardano un più  
semplice RALLENTAMENTO  
nell'acquisizione di alcune  
competenze a scuola?**

**Tressoldi e Vio (2008) suggeriscono queste differenze:**

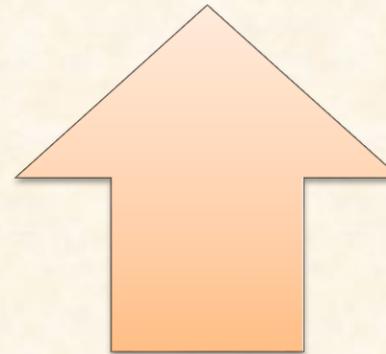
## **DIFFICOLTÀ**

1. NON INNATA
2. MODIFICABILE CON INTERVENTI MIRATI
3. AUTOMATIZZABILE ANCHE SE CON TEMPI DILATATI



## **DISTURBO SPECIFICO**

1. INNATO
2. RESISTENTE ALL'INTERVENTO
3. RESISTENTE ALL'AUTOMATIZZAZIONE



## INNATO VS NON INNATO

### DISTURBO SPECIFICO

Il DSA ha caratteristiche **NEUROFUNZIONALI** specifiche fin dalla nascita

In età pre-scolare è possibile rilevare **INDICATORI di RISCHIO** (es. stima di quantità)

**MAGGIORE ESPRESSIVITÀ**  
Quando vengono richiesti compiti di calcolo

### DIFFICOLTÀ o Ritardo di apprendimento

Non si rilevano fattori di rischio in quanto non ci sono caratteristiche neurofunzionali innate

Possono comparire in qualsiasi fase dell'apprendimento, **ANCHE DOPO UN AVVIO REGOLARE**

## RESISTENZA ALLA MODIFICABILITÀ

### DISTURBO SPECIFICO

Data la base  
neurofunzionale

Saranno necessarie  
esercitazioni e attività  
mirate frequenti e  
durature

### DIFFICOLTÀ o Ritardo di apprendimento

La modificabilità si può  
osservare a seguito di  
semplici adattamenti  
didattici

Poiché non è  
determinata da una base  
neuro biologica

3 anni di insegnamento delle attività di base del calcolo

**Se persistono difficoltà**

**SI DEVE ATTIVARE UNA SECONDA FASE DI POTENZIAMENTO DELLE  
PROPOSTE DIDATTICHE PERSONALIZZANDOLE SUI BISOGNI SPECIFICI  
DELL' ALUNNO**

**RESISTENZA ALL' AUTOMATIZZAZIONE**

**RECUPERO FATTI NUMERICI:**

Da una media di 138 sec in classe III° si passa a 80 sec in V°  
**(-58% di tempo per recuperare il fatto, norma)**

**CONFRONTO DI QUANTITÀ TRA DUE NUMERI:**

Da una media di 55 sec in classe III° si passa a 35 sec in V°  
**(-36% di tempo per eseguire il confronto, norma)**

Nei ragazzi con DISCALCULIA sottoposti a trattamenti sulle specifiche difficoltà di 6-8 mesi

Quasi tutti riescono a raggiungere la sufficienza nel criterio CORRETTEZZA  
Ma quasi NESSUNO in quello di RAPIDITÀ  
Che è l'indice di efficienza, ovvero di automatizzazione



Manuale diagnostico *International Classification of Diseases*, **ICD-10**

codice F81.2 «**Disturbo specifico delle abilità aritmetiche o discalculia**»

Rientrano nelle difficoltà previste dal disturbo sia quelle a carico del senso del numero che quelle a carico del calcolo.



Nel *Diagnostic and Statistical Manual of mental disorders* **DSM-5**

Codice 315.01 «**Disturbo specifico dell'apprendimento con compromissione del calcolo**»

Include, oltre alle difficoltà nel concetto di numero, memorizzazione di fatti aritmetici, calcolo accurato o fluente, anche le difficoltà nel ragionamento matematico corretto

**PROCEDURE DIAGNOSTICHE**



**PROVE DI PRIMO LIVELLO:**

**AC-MT 11-14**

**a cura degli INSEGNANTI**

**per l'individuazione di difficoltà nel calcolo allo scopo di programmare una didattica mirata al superamento delle difficoltà specifiche**

**PROVE DI SECONDO LIVELLO:**

**BDE 2 di Biancardi e Nicoletti  
e DISCALCULI TEST di Lucangeli, Tressoldi, Molin, Poli, Zorzi**

**a cura dei CLINICI per la diagnosi di disturbo specifico e l'impostazione del training**

Il Test consente di ottenere una **misura** soddisfacente **dell'apprendimento** dell'alunno mediante una procedura di somministrazione **agile e veloce** con una semplice lettura dei punteggi riferiti a **4 indici** fondamentali:

**TRE indici**  
Ottenuti dalla fase «carta-  
matita» o prova collettiva

**UN indice**  
Ottenuti dalla fase di  
«somministrazione  
individuale»

Le due fasi sono indipendenti, quindi è possibile decidere di somministrarne una soltanto

**Prova collettiva**  
(Livello classe)

**Prova individuale**

**1. Calcolo scritto**

(indice di accuratezza nel calcolo)

**2. Comprensione e produzione**

(confidenza con i meccanismi sintattici e lessicali)

**3. Ragionamento aritmetico**

(capacità di applicare con una certa elasticità le conoscenze matematiche e di ricavare da queste principi e strategie nuove)

**4. Rapidità**

(indice di efficienza)

Parte collettiva e problemi aritmetici Test AC-MT 11-14

CLASSE 2<sup>a</sup>  
MEDIA

SCHEDA DI CODIFICA PER L'ESAMINATORE

Nome lol. Classe II<sup>o</sup> Scuola SECONDARIA I.N.E.

PROVA	RISULTATO	PROVA	RISULTATO
Esegui le seguenti operazioni <i>R11</i>	A) 7 997,05 B) 5 081,451 C) 3 930,51 D) 23,63 E) 41 866 F) 193 G) 85 986 H) 54,3	Trascrivi in cifre i seguenti numeri <i>R11 - 2,5</i>	1. 33 000'614 2. 863'011 3. 323 4. 904'071 5. 13 480'036 6. 36'423 7. 54'709 8. 20'015
TOTALE RISPOSTE CORRETTE	2	TOTALE RISPOSTE CORRETTE	1
Espressioni aritmetiche <i>R11 - 2</i>	a) 1/2 b) 6	Calcolo approssimativo	i) b ii) a iii) b iv) c v) a vi) a vii) b viii) c ix) a x) b xi) a xii) a xiii) b xiv) c xv) c xvi) a
TOTALE RISPOSTE CORRETTE	0	TOTALE RISPOSTE CORRETTE	7
Qual è il più grande <i>RA - 0,7</i>	1. b 2. b 3. e 4. d	Fatti, procedure e principi	a) 61 b) 70 c) 34 d) 45 e) 90 f) 550 g) 952 h) 36'000 i) 216 j) 21 k) 89 l) 68 m) 71 n) 23 o) 1'350 p) 430
TOTALE RISPOSTE CORRETTE	2	TOTALE RISPOSTE CORRETTE	10
Trasforma in cifre scritte <i>RA - 0,7</i>	A) 330,85 B) 170,94 C) 1'349 D) 9'007 E) 705,49 F) 3'741 G) 975,03 H) 262,83		
TOTALE RISPOSTE CORRETTE	3		
Completa la serie <i>R11 - 1,7</i>	a) 25 b) 40 c) 4 d) 5 e) 19 f) 17 g) 26 h) 7		
TOTALE RISPOSTE CORRETTE	1		
PROVA	RISULTATO PUNTI		
Problemi aritmetici	1. 20 € 2. 333 € 3. 5,44 kg 4. 137 € 5. 320 6. 300 7. 7 8. 22 € 9. 700 10. 99 €		
TOTALE RISPOSTE CORRETTE			

© 2003, Cornoldi e Cazzola, AC-MT 11-14, Trento, Erickson

CALCOLO SCRITTO COLLETTIVO = 2 *R11 - 1,6 ds*  
 COMPRESIONE / PRODUZIONE = 6 *R11 - 1,6 ds*  
 RAGIONAMENTO ARITMETICO = 17 *S - 0,35 ds*  
 tot 25 *R11 - 2,25 ds*



**Criterio Completamente Raggiunto**

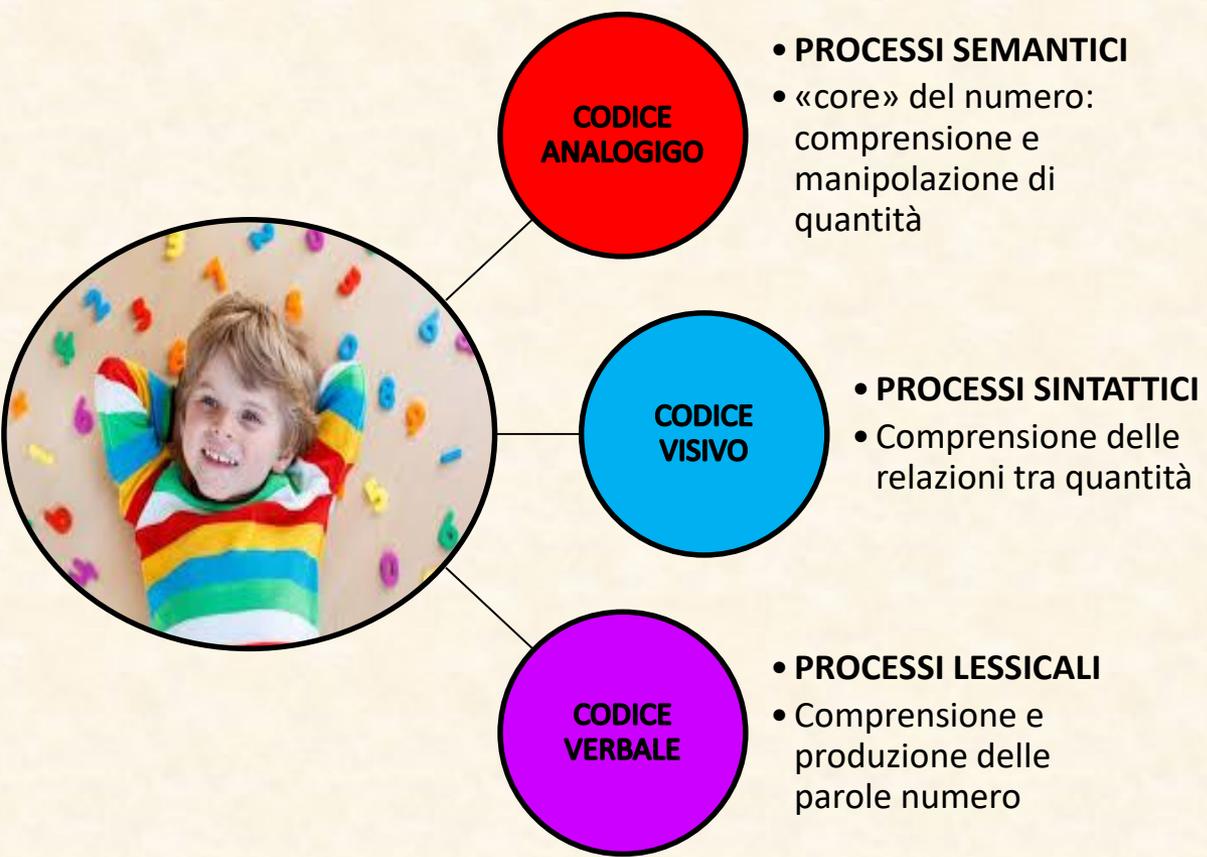
**Richiesta di Attenzione**

**Prestazione sufficiente**



**Richiesta di Intervento immediato**

Riassumendo... dal modello di Dehaene ai processi di apprendimento osservati dal gruppo di studio Lucangeli e coll.



Completa la serie

Qual è il più grande

Fatti procedure e principi

Calcolo Approssimativo

Calcolo a mente

Operazioni scritte

Espressioni scritte

Calcolo scritto

Trasformazione in cifre

Qual è il più grande

Recupero fatti numerici

# LE PROVE AC-MT 11-14 PROVE CARTA E MATITA (collettive)

CLASSE 2 MEDIA

ESEGUI LE SEGUENTI OPERAZIONI

A  $7524,7 + 472,35 =$

$$\begin{array}{r} 1 \quad 1 \quad 1 \\ 7524,7+ \\ 472,35 = \\ \hline 6251,72 \end{array}$$

B  $5487,001 - 425,55 =$

$$\begin{array}{r} 6 \quad 9 \quad 9 \quad 1 \\ 5487,001 - \\ 425,55 = \\ \hline 5444,446 \end{array}$$

ERRORE  
NEL RINGHIANARE  
I NUMERI  
RISPETTO  
ALLA  
VIRGOLA

C  $0,19 + 3'906 + 24,32 =$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 10,19 \\ 3906 \\ 24,32 \\ \hline 6346,47 \end{array}$$

ERRORE  
DI INGLU  
E  
INGLONNAMENTO  
DEI NUMERI CON  
LA VIRGOLA

D  $118 - 94 =$

$$\begin{array}{r} 9 \\ 118 \\ -94 \\ \hline 24 \end{array}$$

**1. CALCOLO SCRITTO:** si osserva la capacità di applicazione delle procedure di calcolo e gli automatismi coinvolti

$[17 - (39 : 3)] + \frac{4}{2} =$

$$[17 - 13] + \frac{4}{2} = \frac{4}{1} + \frac{4}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

REGOLA DELL'ADDIZIONE  
TRA FRAZIONI

DA SCRIVERE :  $\frac{8+4}{2} = \frac{12}{2} = 6$

**CODICE VISIVO**

ESEGUI LE SEGUENTI OPERAZIONI

CLASSE 2 MEDIA

E  $1903 \times 22 =$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 1903 \times \\ 22 = \\ \hline 13806 + \\ 3806 = \\ \hline 7672 \end{array}$$

F  $3281 : 17 =$

$$\begin{array}{r} 3281 : \\ = 17 = \\ \hline 7 \\ 3281 \overline{) 17} \\ \underline{158} \\ 51 \\ \underline{51} \\ 0 \end{array}$$

AIUTATO  
NEL RIGORARE  
LA PROCEDURA

ERRORE PROCEDURALE  
NEL RINGHIANAMENTO

# LE PROVE AC-MT 11-14 PROVE CARTA E MATITA (collettive)

**QUAL È IL PIÙ GRANDE?**

Trova e sottolinea il numero più grande di ognuna delle seguenti serie di numeri

**ESEMPIO**

a) $\frac{6}{2}$	b) 3,48	c) $12^0$	d) 3,00	e) <u><math>2^2</math></u>
------------------	---------	-----------	---------	----------------------------

1. a) 6,87    b)  $3^2$     c)  $\frac{1}{2}$     d) 8,51    e)  $\frac{5}{2}$

**QUAL È IL PIÙ GRANDE: prova di comprensione semantica del numero che richiede anche di saper leggere correttamente i numeri**

A) 3 decine 5 centesimi 0 unità 8 decimi 3 centinaia 330,85

B) 4 centesimi 7 decine 1 centinaio 9 decimi 0 unità 790,94

C) 3 centinaia 1 migliaio

D) 0 decine 7 unità 0 ce

E) 9 centesimi 0 decine 7 centinaia 4 decimi 5 unità 705,49

F) 4 decine 1 unità 7 centinaia 3 migliaia 7143  
3741

**TRASFORMAZIONE IN CIFRE: si osserva l'abilità nell'elaborare la struttura sintattica del numero, che regola i rapporti fra le cifre**

**ESEMPIO**

1, 3; 5; ...7...; 9;

a) 25...; 21; 17; 13; 9;

b) 5; 10; 20; ...30...; 80; 40

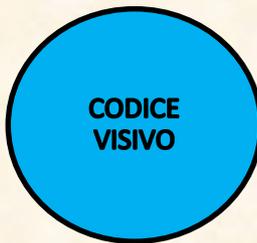
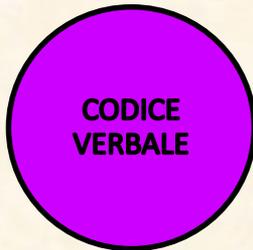
c) 64; 32; 16; 8; 0...; 4

d) 2222; 333; 44; ...1888... 5

e) 1; ...16...; 17

g) 2; ...6; 9; 7

**COMPLETA LA SERIE: capacità di compiere ragionamenti logici sulle proprietà di serie di numeri**



# LE PROVE AC-MT 11-14 PROVE CARTA E MATITA (collettive a tempo determinato 2 min.)

Svolte		Da calcolare	
a)	$24 + 37 = 61$	a)	$37 + 24 = 67$
b)	$48 + 23 = 71$	b)	$47 + 23 = 70$
c)	$34 \times 6 = 204$	c)	$204 : 6 = 203$
d)	$45 + 38 = 83$	d)	$83 - 38 = 92$
e)	$60 + 29 = 89$	e)	$29 + 61 = 90$
f)	$37 + 18 = 55$	f)	$370 + 180 = 550$
g)	$56 \times 17 = 952$	g)	$17 \times 56 = 952$
h)	$45 \times 8 = 360$	h)	$80 \times 450 = 36000$
i)	$37 \times 6 = 222$	i)	$36 \times 6 = 216$
j)	$7 + 7 + 7 = 21$	j)	$7 \times 3 = 20$
k)	$51 + 39 = 90$	k)	$50 + 39 = 90$
l)	$68 + 43 = 111$		
m)	$71 \times 9 = 639$		
n)	$38 + 23 = 61$		
o)	$27 \times 5 = 135$		
p)	$29 + 14 = 43$	p)	$290 + 140 = 430$

**FATTI PROCEDURE E PRINCIPI:**  
 conoscenza e sufficiente  
 automatizzazione delle  
 procedure aritmetiche

In questa prova... potrai certamente svolgere i calcoli. Scegli e sbarra quello che a tuo parere è il risultato corretto senza svolgere l'operazione.

**ESEMPIO**

$594 \times 3 =$	a) 10'142	b) 312	<del>c) 1'782</del>
I) $29'550 : 3 =$	a) 56	<del>b) 9'650</del>	c) 437
II) $324 \times 18 =$	<del>a) 5'832</del>	b) 522	c) 11'583
III) $5'014 - 3'728 =$	a) 712	<del>b) 1'286</del>	c) 11'006
IV) $574'326 + 454'652 =$	a) 62'978	b) 891'627	<del>c) 1'028'978</del>
V) $2'596 - 1'510 =$	<b>a) 1'086</b>	<del>b) 1'236</del>	c) 855
VI) $60'102 : 318 =$	<b>a) 189</b>	b) 80	<del>c) 976</del>
VII) $54,29 \times 0,7 =$	a) 53	<del>b) 38,003</del>	c) 9,803
VIII) $654,86 + 77,09 =$	a) 689,5	<del>b) 1'001,05</del>	<b>c) 731,95</b>
IX) $34'500 \times 5 =$	a) 4'935	<b>b) 172'500</b>	<del>c) 56'000</del>
X) $10'280 - 7'509 =$	<b>a) 2'771</b>	b) 911	<del>c) 7'231</del>

**CALCOLO APPROSSIMATIVO:**  
 padronanza delle strategie di  
 scomposizione nel calcolo a mente e  
 quindi di operare anche con i numeri  
 più grandi

**CODICE  
 ANALOGIGO**

# LE PROVE AC-MT 11-14 PROVE INDIVIDUALI (con il cronometro)

CLASSE 2<sup>a</sup>  
MEDIA

## Parte individuale Test AC-MT 11-14

### SCHEDA DI CODIFICA PER L'ESAMINATORE (parte 2)

Nome \_\_\_\_\_ Classe \_\_\_\_\_ Scuola \_\_\_\_\_

### DETTATO DI NUMERI

I numeri devono essere letti uno alla volta e non possono essere ripetuti. Il ragazzo li scrive negli appositi spazi del foglio «Parte Individuale»

a) 123/9	+	
b) 26'009	2609	
c) 115 <sup>102</sup>	+	
d) 1'551/23	-	1561/23

TOTALE RISPOSTE CORRETTE **2** RA

### RECUPERO DI FATTI NUMERICI

Una alla volta vengono lette in modo chiaro le operazioni. Ogni item può essere ripetuto una volta. Per ciascuna risposta si attende un massimo di circa 5 secondi.

a) 7 x 8 = - (56)	i) 92 - 12 = - (80)	q) 17 + 0 = + (17)
b) 83 + 17 = - (100)	j) 7 x 7 = - (49)	r) 9 x 6 = > 5" (54)
c) 6 + 8 = + (14)	k) 75 - 15 = + (60)	s) 12 x 10 = - (120)
d) 18 : 3 = - (6)	l) 35 + 35 = + (70)	t) 26 - 7 = -
e) 5 x 11 = + (55)	m) 13 - 5 = + (8)	u) 0 x 18 =
f) 25 x 2 = - (50)	n) 35 : 7 = - (5)	v) 54 : 9 =
g) 24 : 8 = - (3)	o) 5 + 7 = + (12)	w) 17 - 9 =
h) 86 + 4 = - (90)	p) 1 + 53 = + (54)	x) 15 : 15 =

TOTALE RISPOSTE CORRETTE **8**

STRATEGIE UTILIZZATE  
 Immagina l'operazione scritta in colonna

CODICE ANALOGICO

CODICE VISIVO

CODICE VERBALE

CLASSE 2<sup>a</sup>  
MEDIA

## Parte individuale Test AC-MT 11-14

### SCHEDA DI CODIFICA PER L'ESAMINATORE (parte 1)

Nome L. P. Classe II Scuola \_\_\_\_\_

### CALCOLO A MENTE

Le operazioni che il ragazzo dovrà svolgere mentalmente devono essere lette una alla volta. Il tempo viene misurato a partire dal momento in cui lo sperimentatore ha finito di pronunciare l'item e viene bloccato quando l'alunno dice il risultato. Per l'esecuzione di ciascuna operazione si concedono al massimo 60 secondi al termine dei quali si segna errore.

CALCOLO	TEMPO
a) 14 x 3 = 42 (42)	13
b) 26 - 9 = 17 (17)	21
c) 72 : 12 = ✓ (6)	60
d) 45 + 27 = 72 (72)	46

TOTALE RISPOSTE CORRETTE **3** TOTALE **140"**

STRATEGIE UTILIZZATE  
 STRATEGIA PER LA DIVISIONE

### CALCOLO SCRITTO

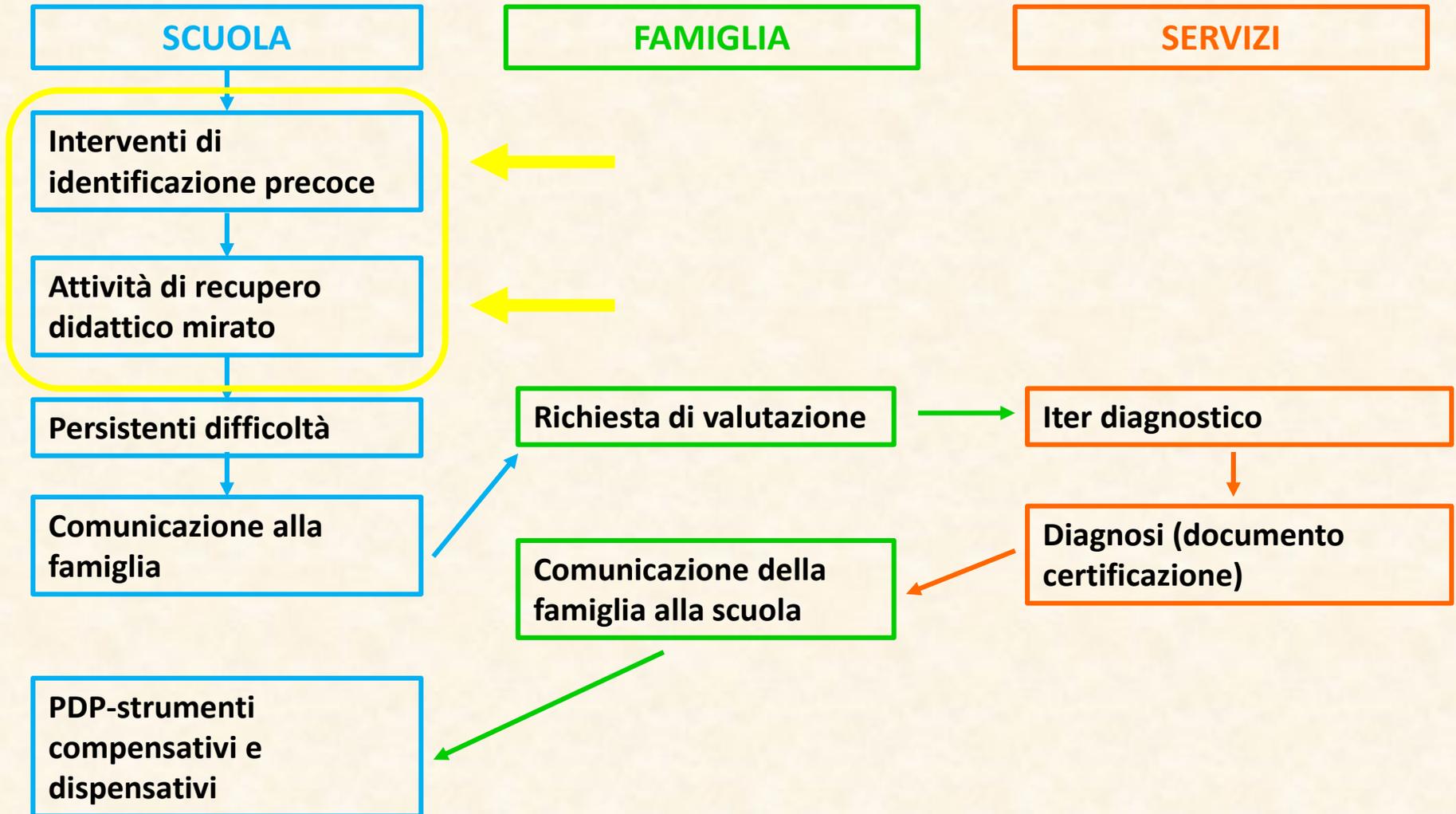
Le operazioni vengono dettate una alla volta. Il ragazzo dovrà svolgerle negli spazi appositi del foglio «Parte Individuale». Il tempo viene misurato dal momento in cui l'alunno ha scritto l'operazione per calcolarla. Se il ragazzo impiega più di 60 secondi per fornire una risposta, l'item verrà considerato errato.

CALCOLO	TEMPO
A) 1'256 + 179 = + (1'435)	16
B) 34 x 7 = + (238)	43
C) 234 - 157 = 177 (77)	28
D) 2'880 : 12 = - (240)	60

TOTALE RISPOSTE CORRETTE **2** TOTALE **147"**

STRATEGIE UTILIZZATE  
 Non la so fare perché la tabellina del 12 non me la ricordo

Diagramma schematico dei passi previsti dalla legge 170/2010 per la diagnosi di DSA



# Parte terza: L'ANALISI DELL'ERRORE DI CALCOLO



Le conoscenze matematiche contribuiscono alla formazione culturale delle persone e delle comunità, sviluppando le capacità di mettere in stretto rapporto il «pensare» e il «fare» e **offrendo strumenti adatti a percepire, interpretare e collegare tra loro fenomeni naturali, concetti e artefatti costruiti dall'uomo, eventi quotidiani.**

In particolare, la matematica dà strumenti per la descrizione scientifica del mondo e per affrontare problemi utili nella vita quotidiana; contribuisce a sviluppare la capacità di comunicare e discutere, di argomentare in modo corretto, di comprendere i punti di vista e le argomentazioni degli altri.

In matematica, come nelle altre discipline scientifiche, è **elemento fondamentale il laboratorio**, inteso sia come luogo fisico sia come momento in cui **l'alunno è attivo, formula le proprie ipotesi e ne controlla le conseguenze**, progetta e sperimenta, discute e argomenta le proprie scelte, impara a raccogliere dati, negozia e costruisce significati, porta a conclusioni temporanee e a nuove aperture per la costruzione delle conoscenze personali e collettive.

Di estrema importanza è lo sviluppo di un **atteggiamento corretto** verso la matematica, inteso anche come una adeguata visione della disciplina, non ridotta a un insieme di regole da memorizzare e applicare, ma riconosciuta e apprezzata come **contesto per affrontare e porsi problemi** significativi e per esplorare e percepire affascinanti relazioni e strutture che si ritrovano e ricorrono in natura e nelle creazioni dell'uomo.



Evitare errori è un ideale meschino: se non osiamo affrontare problemi che siano così difficili da rendere l'errore quasi inevitabile, non vi sarà allora sviluppo della conoscenza.

[...] Nessuno può evitare di fare errori; la cosa più grande è imparare da essi. (Popper, 1972, p. 242)

In (Bachelard, 1938) parla di ostacoli, intesi come qualcosa che, pur bloccando, stimola.

Così facendo invita gli insegnanti a far emergere nei loro studenti la consapevolezza della fallibilità in modo tale che essi possano non soccombere al fallimento ma trarne forza per migliorare.

Il maestro sa che la comprensione degli errori dei suoi allievi è la cosa più importante della sua arte didattica.

[...] E degli errori propriamente detti, [...] il maestro sa valutare il significato educativo: sono esperienze didattiche che egli persegue, incoraggiando l'allievo a scoprire da sé la difficoltà che si oppone al retto giudizio, e perciò anche ad errare per imparare a correggersi. (Enriques, 1936, p. 12)

Insegnanti e studenti [...] non sono disposti ad assumersi i rischi del comprendere e si accontentano dei più sicuri **“compromessi delle risposte corrette”**.

In virtù di tali compromessi, insegnanti e studenti sono in grado di fornire le risposte accettate come corrette. (Gardner, 1991, p. 160)

(Krygowska, 1957) critica gli sforzi che compiono gli insegnanti, ma anche i libri di testo, di tentare di eliminare le occasioni di errore.

L'attivazione dei processi cognitivi non porta sempre alla risposta corretta ed è per questo che spesso è sottovalutata preferendole la correttezza del prodotto che, ancora una volta, si lega alla volontà di minimizzare l'errore.

Questo è proprio quello che (Gardner, 1991) definisce “**compromesso delle risposte corrette**”: un comodo patto tra insegnanti e studenti che si accordano sul fingere che la risposta giusta garantisca comprensione.

(Peck *et al.*, 1989) sostengono che dietro una risposta corretta ci siano una **varietà di processi di pensiero** ed è importante che l'insegnante in classe li conosca.

Per farlo propongono di utilizzare una serie di **brevi interviste** che possono essere utili per permettere all'insegnante di progettare interventi più mirati, cioè adeguati ai bisogni effettivi degli allievi.

(Arzanello, 2002) evidenzia i rischi del “cosa fare” quando uno studente sbaglia.

I rischi riguardano l'atteggiamento sia dello stesso studente che quello dell'insegnante. Lo studente infatti può credere di aver risolto correttamente l'esercizio e “vive felice con il suo errore” rafforzandolo, oppure può rendersi conto dell'errore, bloccarsi e smarrirsi. L'insegnante invece, a seconda della reazione dell'alunno, sarà tentato di ricorrere a una pedagogia direttiva ed esplicativa dicendo all'alunno che ha sbagliato e mostrando come avrebbe dovuto fare per raggiungere la risposta corretta, oppure di suggerire parte o tutta la risposta nel tentativo di aiutare lo studente e ciò accade soprattutto con studenti che mostrano difficoltà o hanno qualche svantaggio.

Quindi cosa fare? Arzanello consiglia di non dare risposte, lasciare spazio e tempo allo studente di costruire il proprio sapere e proporre delle attività che contengano elementi autocorrettivi in modo da rendere possibile all'alunno la cosiddetta “validazione dei risultati ottenuti”. Si può quindi utilizzare **l'errore come occasione per favorire una socializzazione del sapere dove ognuno contribuisce alla costruzione della propria e dell'altrui conoscenza.**

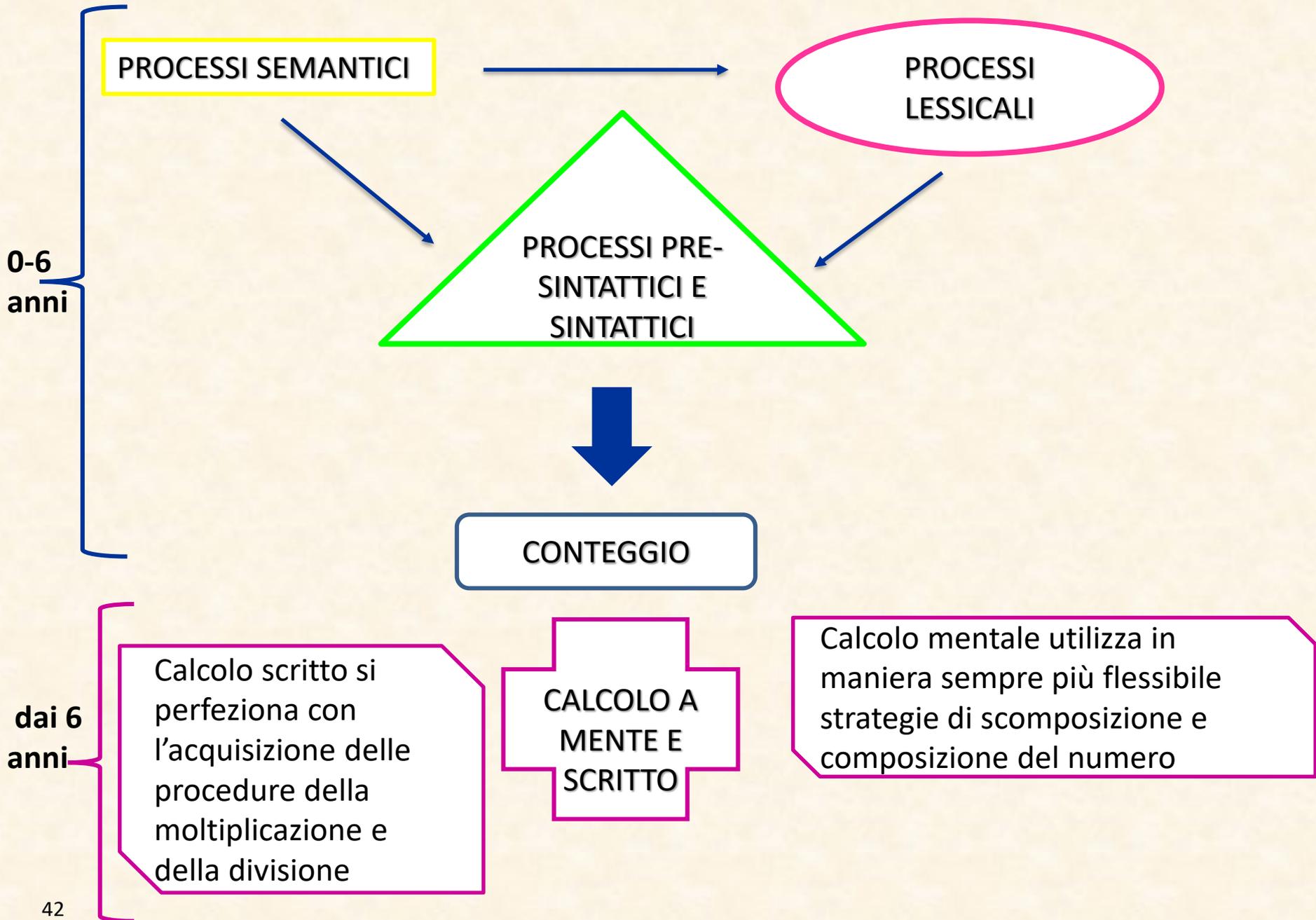
**TUTTI COMMETTIAMO ERRORI ED È RAGIONANDO SU DI ESSI CHE  
POSSIAMO MIGLIORARCI**

**Cosa sta  
succedendo in  
maniera  
oggettiva**



**Evitando di far  
sentire sbagliata  
la persona**

**Ci indica dove si situa  
il problema di quel  
particolare bambino  
e suggerisce il tipo di  
intervento necessario**



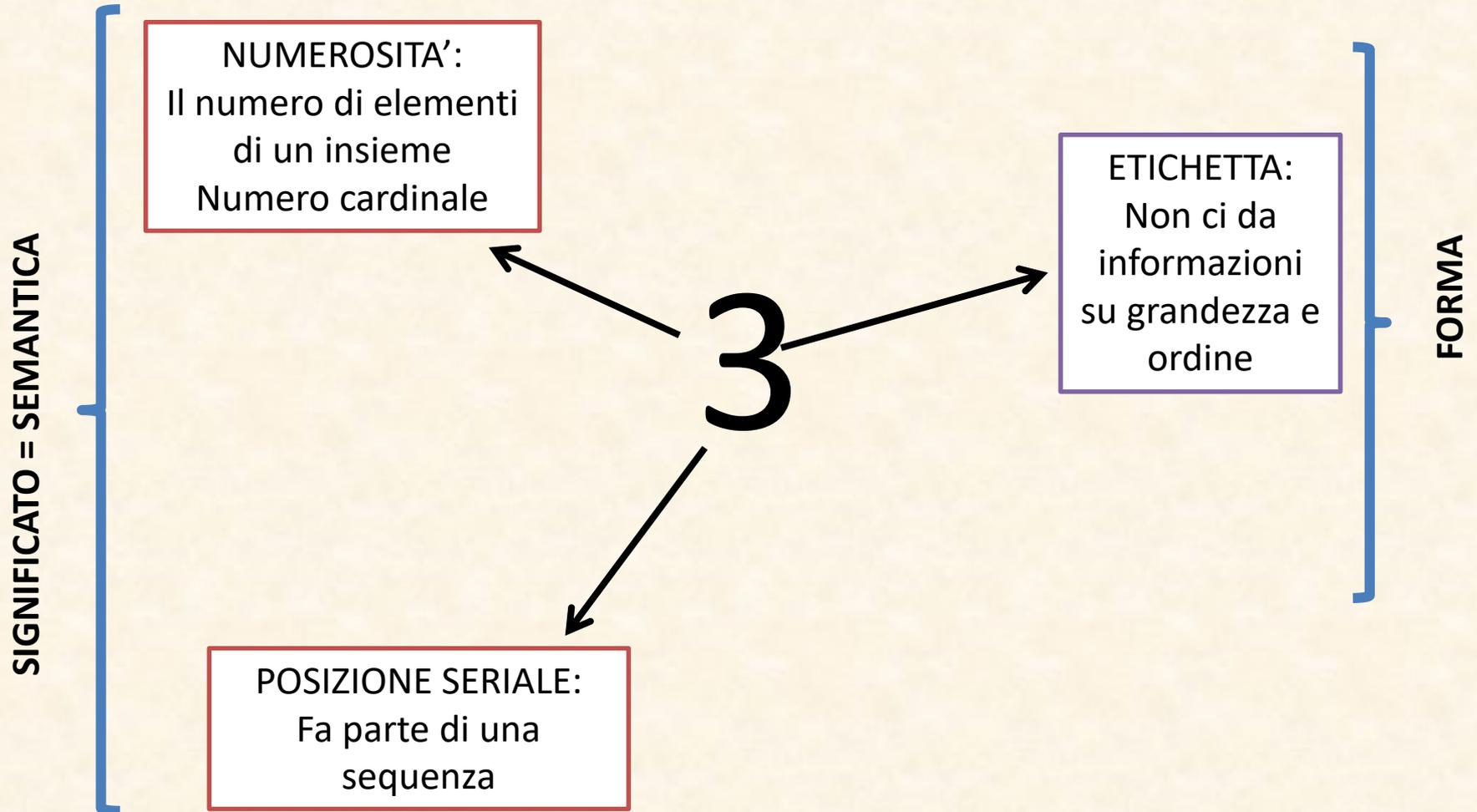
**5 – 7  
ANNI**

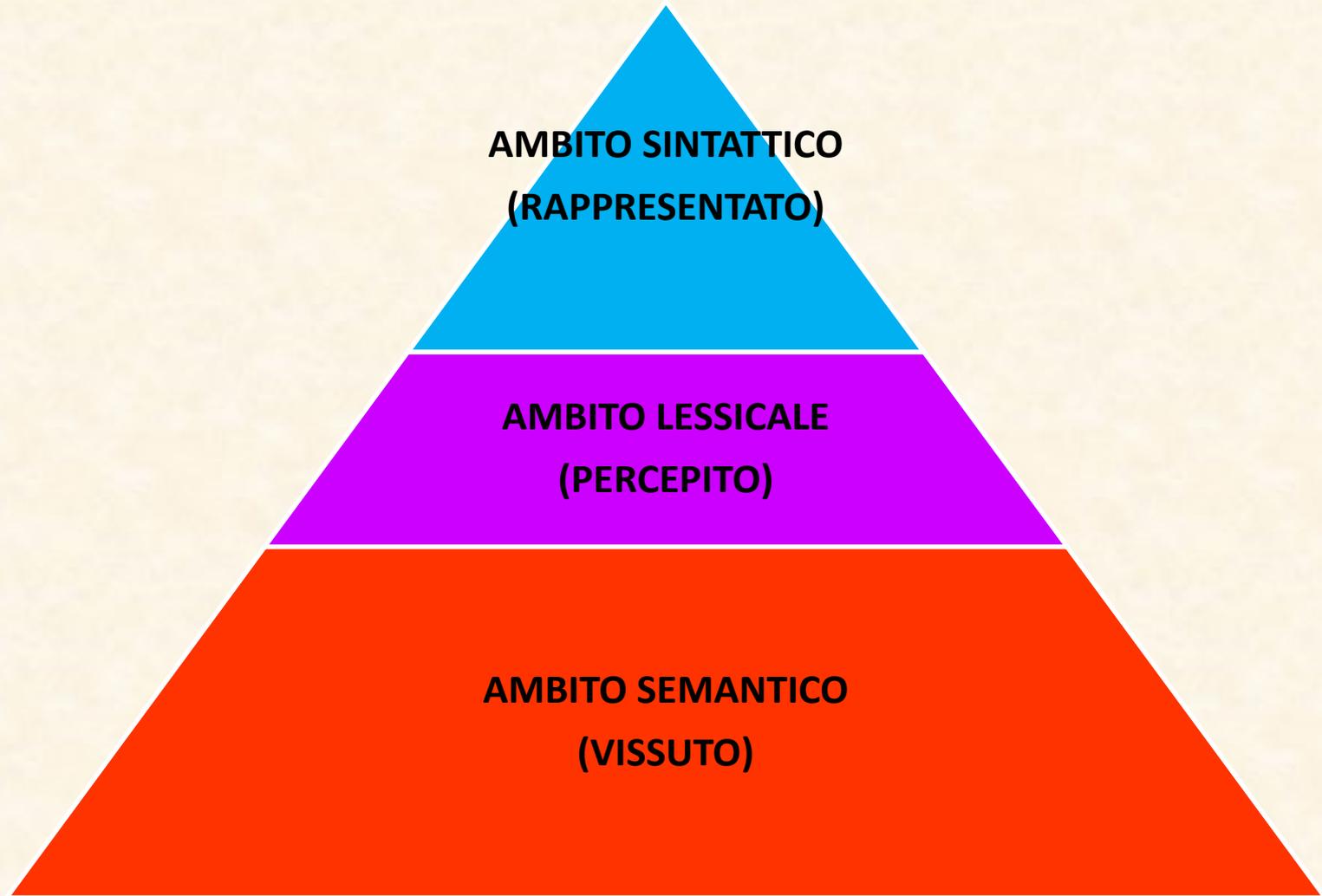
COUNTING ALL → COUNTING ON  
FATTI ARITMETICI  
ARROTONDAMENTO AL 10  
COMPOSIZIONE – SCOMPOSIZIONE DEL  
NUMERO  
NESSI TRA LE OPERAZIONI ETC...

**11 – 14  
ANNI**

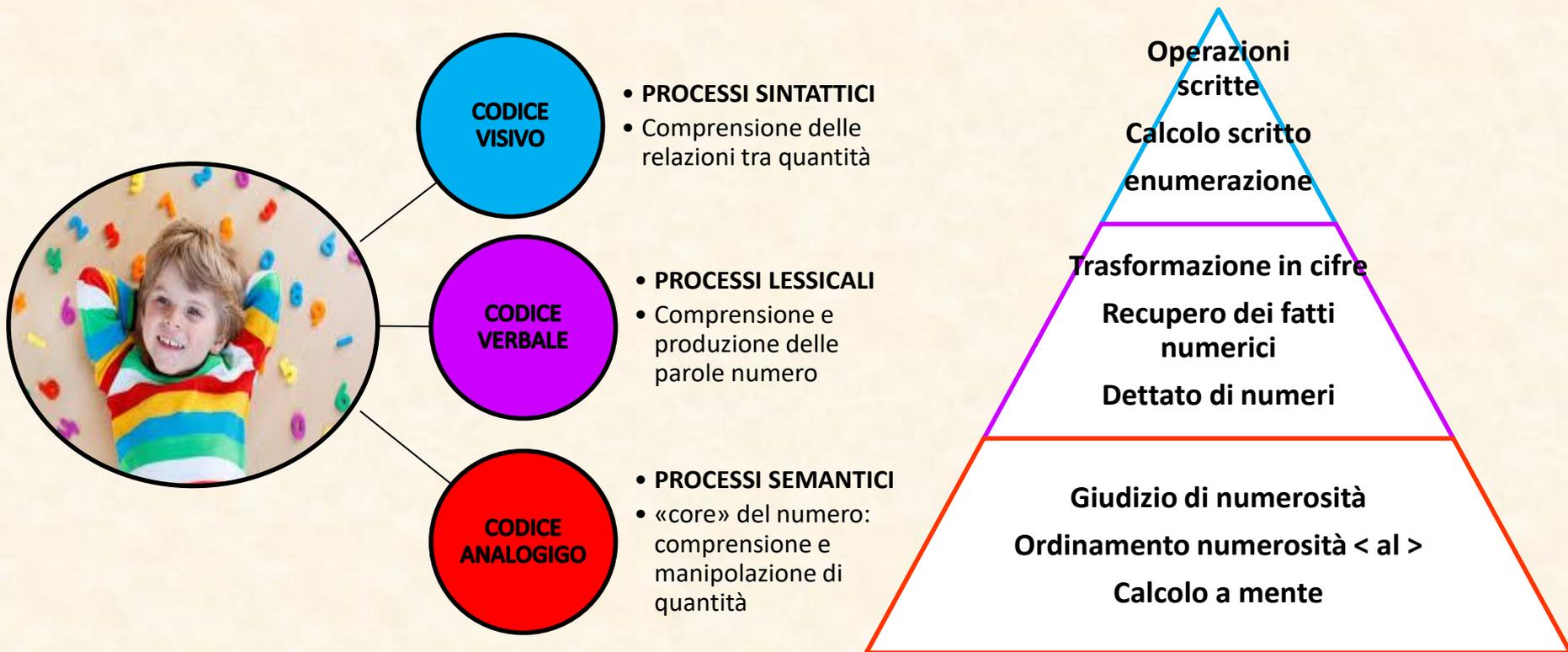
EVOLUZIONE DEGLI  
SCHEMI DI CONFRONTO  
TRA QUANTITA'

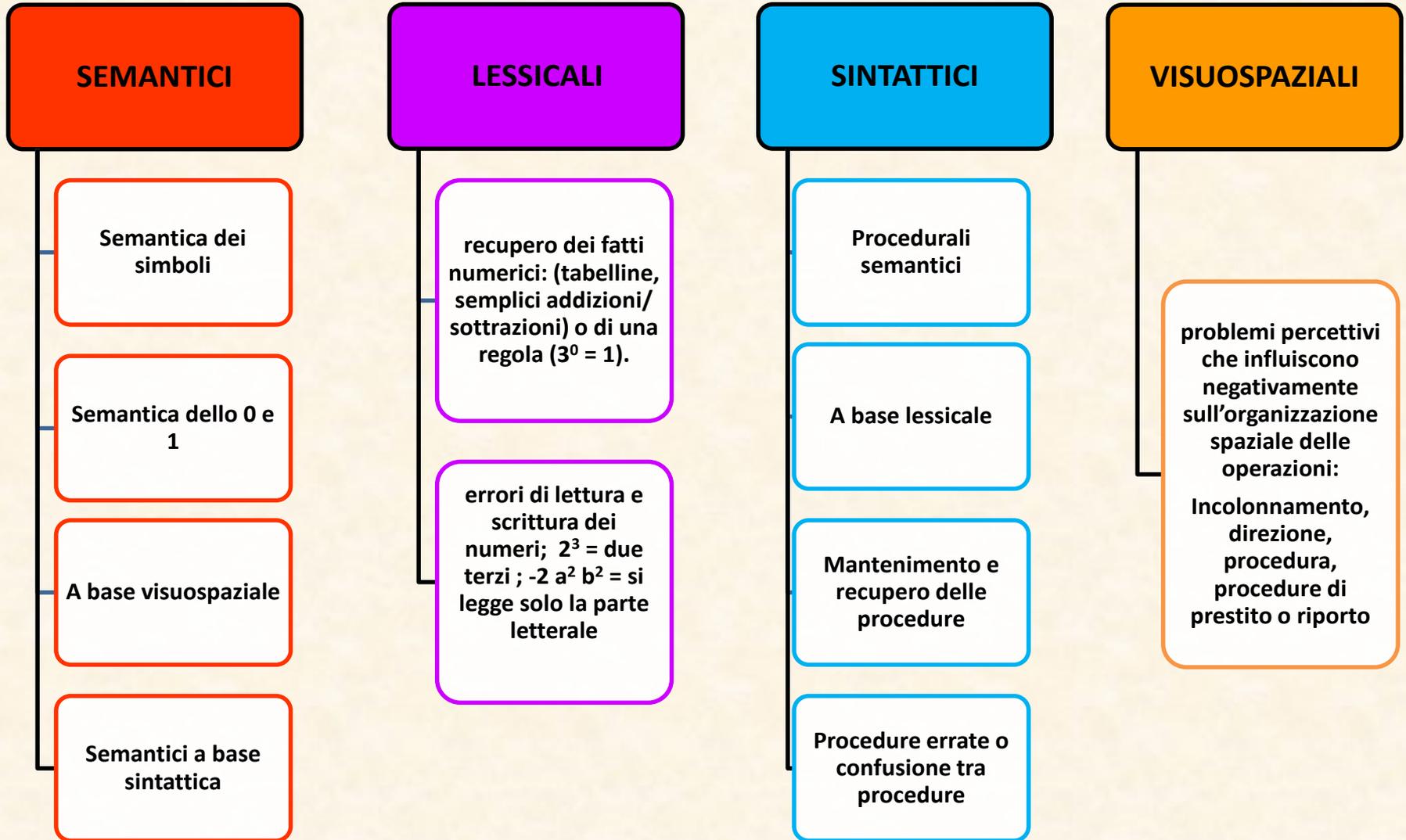
I CONTESTI DEL NUMERO





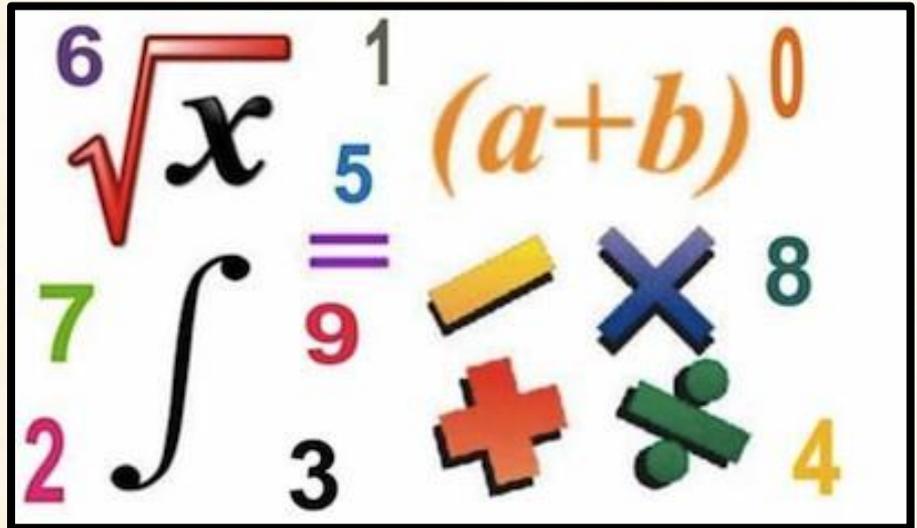
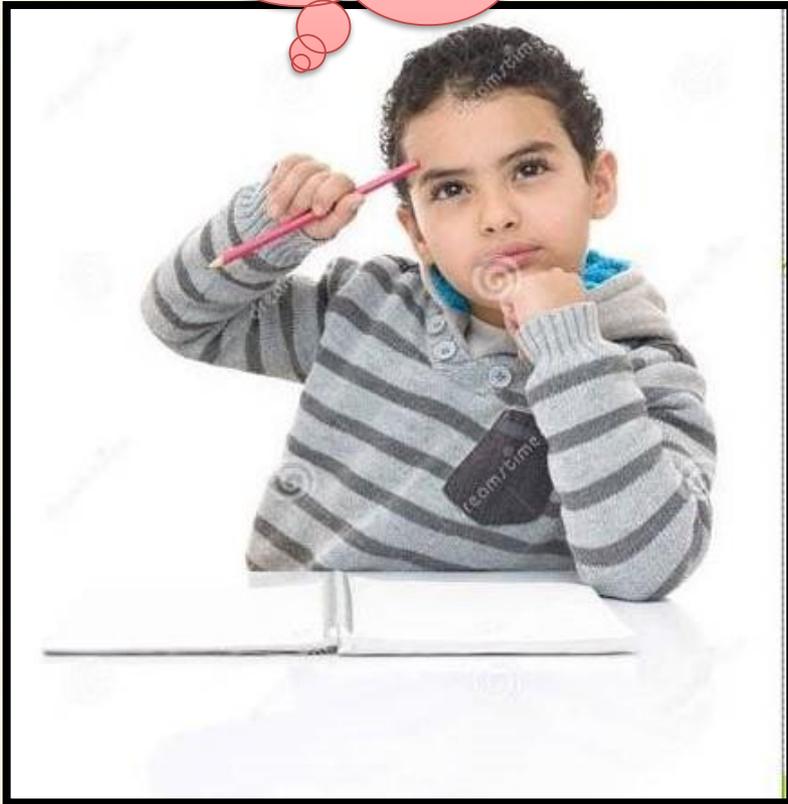
## Riassumendo... dal modello di Dehaene ai processi di apprendimento osservati dal gruppo di studio Lucangeli e coll.



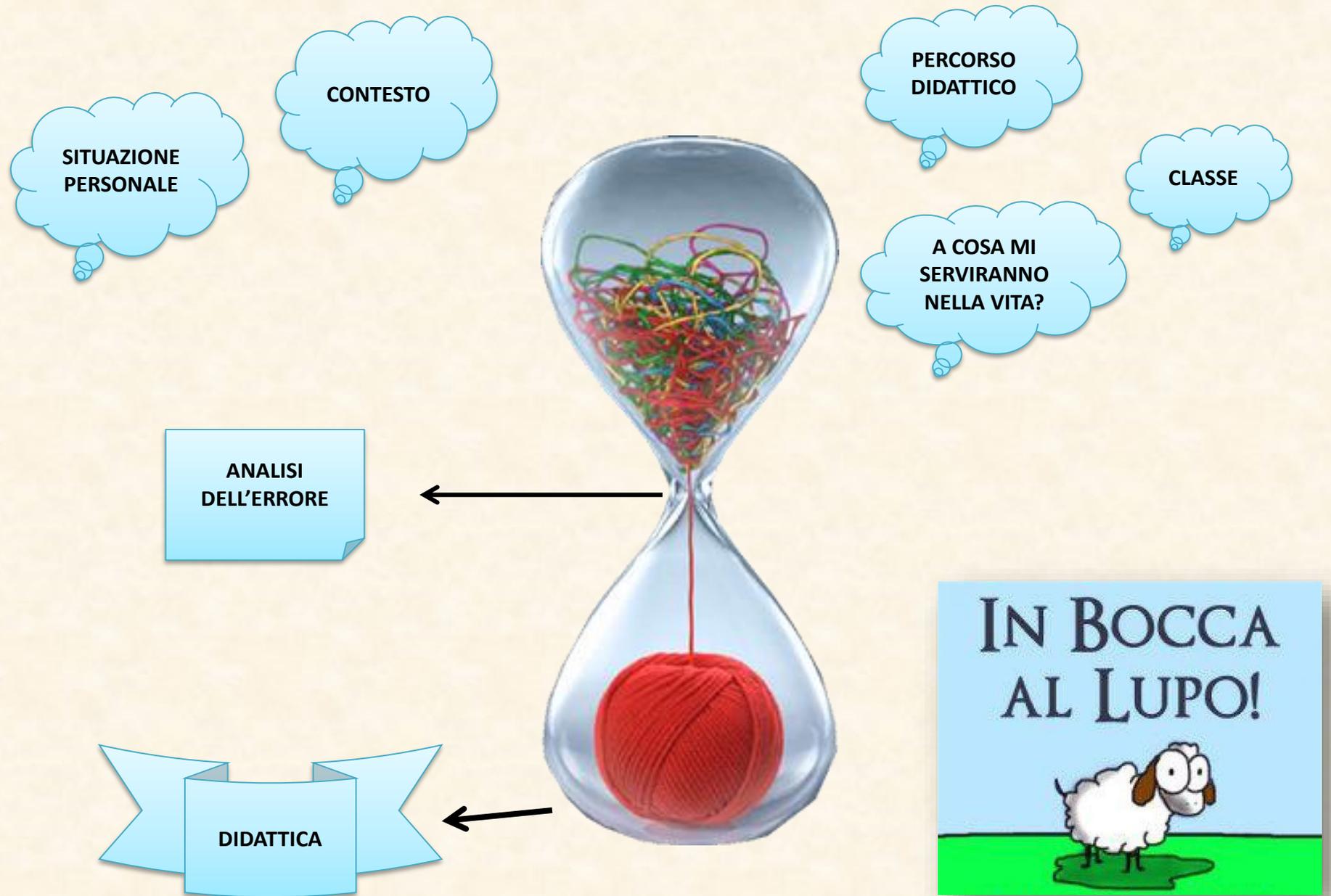


# Nella mente dei ragazzi

Ma... a cosa mi serve nella vita?



# ANALISI DELL'ERRORE



**CODICE  
ANALOGICO**

**ERRORE SEMANTICO:**

Capacità di  
confrontare le  
numerosità

**CI DEVE  
PREOCCUPARE**

<del>102</del> 110	545 <del>544</del> 544	741 699 <del>800</del>
676 667 <del>667</del>	<del>333</del> NO <del>288</del> 342	<del>2843</del> 1278 1287
4510 4501 <del>4501</del>	3948 3827 <del>3849</del>	5642 5426 <del>5246</del>
3908 <del>3099</del> 3909	49729 <del>49997</del> 49732	<del>56802</del> 56800 56801
78029 78902 <del>78969</del>	<del>13958</del> 16853 15638	<del>37413</del> 43317 17343

**CI DEVE  
PREOCCUPARE**

Esegui più rapidamente che puoi queste operazioni. Non hai molto tempo: cerca di farne più che puoi, una di seguito all'altra.

$5 + 4 = 9$	$12 \times 1 =$	$7 - 4 =$	$8 : 2 =$
$7 - 0 =$	$2 + 4 = 6$	$15 : 3 =$	$4 \times 4 = 16$
$100 : 25 =$	$9 - 3 =$	$8 + 6 =$	$9 \times 3 = 27$
$16 + 10 =$	$60 : 3 =$	$2 \times 9 =$	$44 - 20 =$
$5 \times 8 =$	$3 + 7 =$	$24 - 6 =$	$48 : 8 =$



Il calcolo approssimativo ci da indicazioni importanti non solo sui fatti numerici, ma sulle strategie di calcolo (capacità di manipolare le quantità) e, quindi, sulla semantica del numero

Inserisci all'interno dei quadrati i numeri naturali corrispondenti alle posizioni indicate sulla semiretتا orientata.

26. 0 4 8 12 16 20

27. 0 10 20 30 40

28. 0 10 20 30 40 50

29. 0 20 40 60 80

30. 0 20 40 60 80 100

EDMI NOTE 8 PRO

Emma non riusciva a capire cosa dovesse fare nell'esercizio perché la spiegazione era troppo lunga.

Dava sempre valore 1 ad ogni quadretto perché non riusciva a trovare la procedura corretta

Comprensione della consegna

Procedurali sintattici (Codice Visivo)

Visuospaziali (difficoltà a capire da quale parte della linea partire)

Elenca i numeri naturali che possono essere scritti al posto della lettera  $n$  in ciascuno dei seguenti casi.

41.  $n < 8$

$n \geq 100$

$2 < n \leq 7$

$n \leq 1$

42.  $5 \leq n < 7$

$1 \leq n \leq 2$

$n > 30$

$n < 1$

Emma faticava a:

- capire cosa dovesse fare
- Dare un valore al simbolo
- Muoversi sulla linea dei numeri

Recuperare la procedura (sintattici)

visuospaziale

Semantica del simbolo

Comprensione della consegna relativa al testo

Applica la proprietà invariantiva in  
e rendere più semplice la sottrazione

145.  $44 - 13 = 31$   
↑+1    ↑+1  
 $43 - 12$   
↓-2    ↓-2  
 $41 - 10 = 31$

146.  $90 - 28 = 62$   
↑+1    ↑+1  
 $89 - 27$   
↓-2    ↓-2  
 $87 - 25 = 62$

147.  $\square - \square =$

REDDIT NOTE & PRO  
BY QUAD CAMERA

Emma fatica a:

- associare il nome “sottrazione” al relativo segno “-”
- comprendere la procedura

**PROCEDURALI**  
(sintattici)

**LESSICALI**  
nasconde un  
errore di  
semantica

Clementina fatica:

- Dare significato al numero "0"
- Mettere simbolo corretto

Confronta i numeri ed inserisci il simbolo corretto (>; <; =)

1,5 ... 1,50

Si trova scritto:

1,5 < 1,50

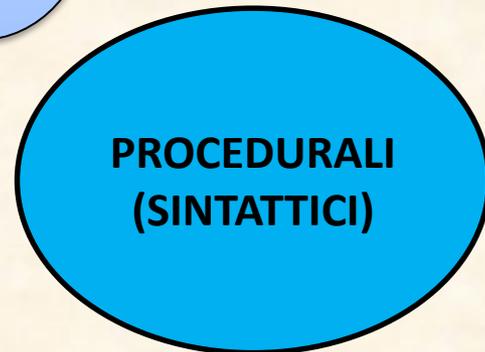
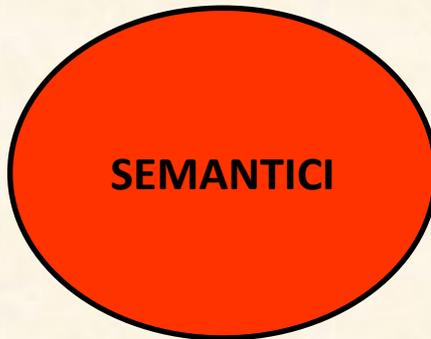
dovrebbe essere: 1,5 = 1,50

**SEMANTICA  
DELLO "0"**

$\begin{array}{r} 3682 \\ 1842 \\ 922 \\ 462 \\ 2323 \\ 1 \end{array}$ $368 = 2^4 \cdot 23$ $\text{M.C.D.} = 2 = 16$ $\begin{array}{r} 1842 \\ 922 \\ 462 \\ 2323 \\ 1 \end{array}$ $184 = 2^3 \cdot 23$ $\text{M.C.D.} = 23 = 23$	<p style="color: red;">E<sub>155</sub></p> $\begin{array}{r} 11212 \\ 562 \\ 282 \\ 142 \\ 77 \\ 1 \end{array}$ $112 = 2^3 \cdot 7$ $\text{m.c.m.} = 2^4 \cdot 23 \cdot 7 = 2576$ <p style="color: red;">E<sub>190</sub></p> $\begin{array}{r} 693 \\ 2323 \\ 1 \end{array}$ $\text{m.c.m.} = 2^3 \cdot 23 \cdot 3 = 1044$ $69 = 3 \cdot 23$ $\text{M.C.M.} =$
--	--

Elia aveva difficoltà:

- Riconoscere i numeri primi
- Riconoscere MCD, mcm
- Mantenere la procedura



*Risultato*      *Calcolo*

$$\begin{array}{r} 125,00 - \\ 12,50 = \\ \hline 112,50 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 125 - \\ 12,50 = \\ \hline \end{array}$$

*KRda*  
~~2713~~

$$\begin{array}{r} 5,68 : 100 = 0,0568 \\ 6 \times 42,5 = \end{array}$$

*KRda*  
~~7A 826~~  
~~13 12~~  
~~5866~~  
~~8460~~

$$\begin{array}{r} 45 + \\ 36787 \\ \hline 5436 = \\ 3777,36 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 42,5 \times \\ 36 = \\ \hline 1530 \end{array}$$

~~37810~~

$$\begin{array}{r} 11 \\ 2550 \\ 1275 - \\ \hline 1530 \end{array}$$

Elia ha difficoltà:

- Incolonnare correttamente i numeri decimali
- Posizionare l'operazione nel foglio
- Cambiare operazione

**VISUOSPAZIALI**

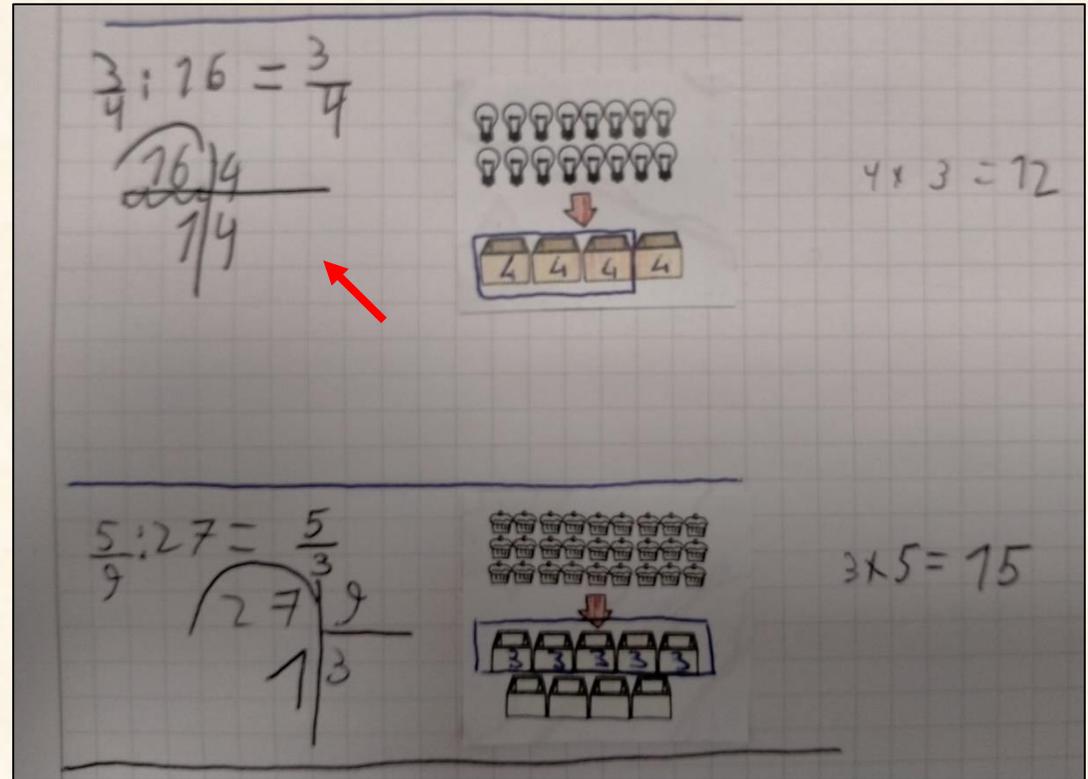
**RECUPERO E MANTENIMENTO PROCEDURE sintattici**

CALCOLA

3/4 di 16  
5/9 di 27



ERRORE PROCEDURALE NEL  
CALCOLO DELLA  
FRAZIONE CHE DERIVA DA UNA **BASE**  
**SEMANTICA FRAGILE**



L. Avrebbe dovuto scrivere:

$16 : 4 = 4$   
 $4 \times 3 = 12$

PASSAGGIO SEMANTICO IMPORTANTE TRA LA FRAZIONE DI UN INTERO ALLA FRAZIONE DI UN GRUPPO DI PIÙ ELEMENTI

$\frac{2}{3}$  di 27 figurine

$\frac{2}{3} \cdot 27 = \frac{2 \cdot 27}{3} = \frac{54}{3} = 18$

$27 : 3 = 9$

$9 \times 2 = 18$

$\frac{2}{4}$  di 32 matite

$32 : 4 = 8$

$8 \times 2 = 16$

**CODICE  
ANALOGICO**

E in generale c'è confusione sul significato di FRAZIONE e INTERO

SONO EQUIVALENTI?

$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{4}{8}$
<input type="checkbox"/> SI	<input checked="" type="checkbox"/> NO	<input type="checkbox"/> SI	<input checked="" type="checkbox"/> NO	<input type="checkbox"/> SI	<input checked="" type="checkbox"/> NO

EQUIVALENTE = STESSA QUANTITÀ

**CODICE  
ANALOGICO**

Mancata assimilazione  
del concetto di **EQUIVALENTE**  
a cui viene dato il significato di **UGUALE**

Base **semantica fragile**  
nel concetto di frazione

Sono equivalenti?

SI  NO

$\frac{1}{4}$        $\frac{3}{8}$

Sono equivalenti?

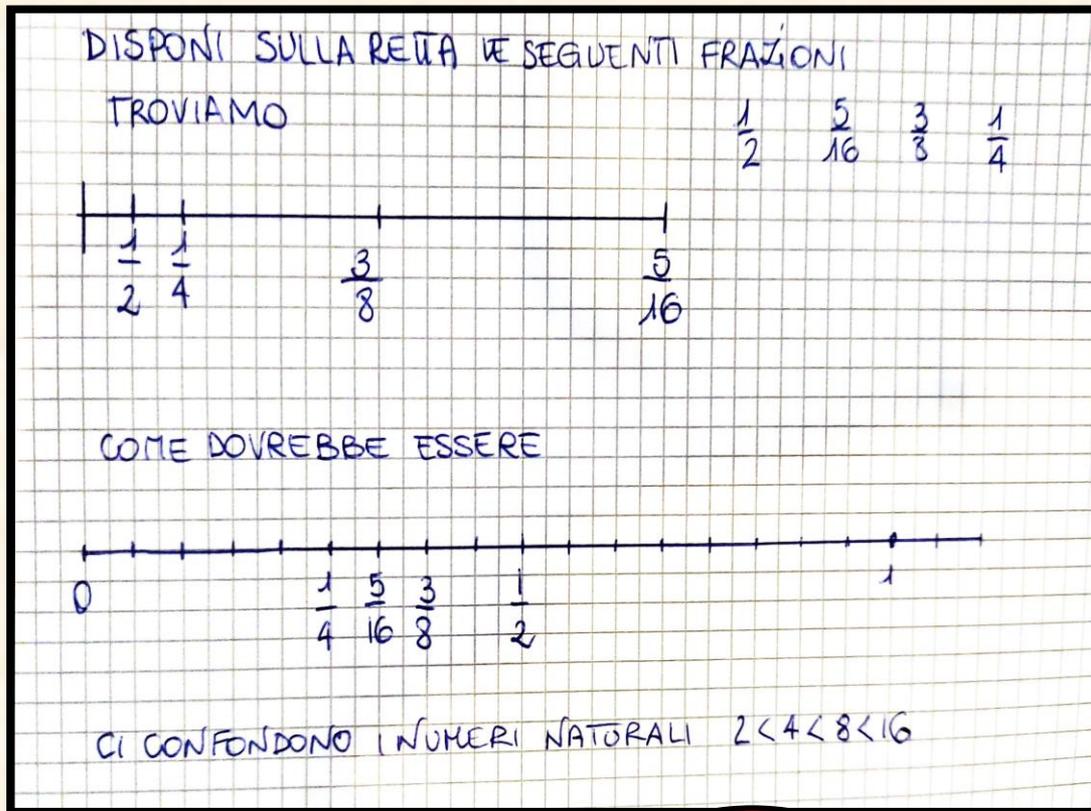
SI  NO

$\frac{1}{2}$        $\frac{3}{6}$

Sono equivalenti?

SI  NO

$\frac{1}{2}$        $\frac{4}{8}$



Luca ha difficoltà a:

- dare valore al concetto di frazione
- Posizionare la frazione sulla linea

PROCEDURALI  
sintattici

SEMANTICA  
DELLA  
FRAZIONE

VISUOSPAZIALI

SCRIVI UNA FRAZIONE COMPRESA TRA LE DUE FRAZIONI DATE

$$\frac{3}{4} \quad \frac{7}{8}$$

$$\frac{3}{4} < \frac{5}{6} < \frac{7}{8}$$

POTREBBE SCRIVERE

$$\frac{3}{4} < \frac{28}{33} < \frac{7}{8}$$

SEMANTICA  
DELLA  
FRAZIONE

RECUPERO DELLE  
PROCEDURE  
sintattico

Luca fatica a  
comprendere il  
significato di frazione  
e come utilizzarla

Trova i  $\frac{5}{8}$  di 72

Si trova spesso:  $72 : 8 = 9 \times 5 = 45$

Si dovrebbe scrivere:

$$72 : 8 = 9 \quad 9 \times 5 = 45 \text{ oppure } 72 : 8 \times 5 = 9 \times 5 = 45$$

**SEMANTICA  
DEL  
SIMBOLO**

Il simbolo “=” qui significa “ha come risultato”. Ci si concentra sul risultato finale non sul significato della singola scrittura.

Sembra un errore poco grave anche se in realtà può portare problemi nei seguenti casi:

$$Y = 4x \quad x+3 = 6 - 2x$$

- Riconoscere cosa deve fare
- Capire quando cambiare operazione

$$\frac{25}{30} \cdot \frac{40}{15} + \frac{5}{5} =$$

ES 1

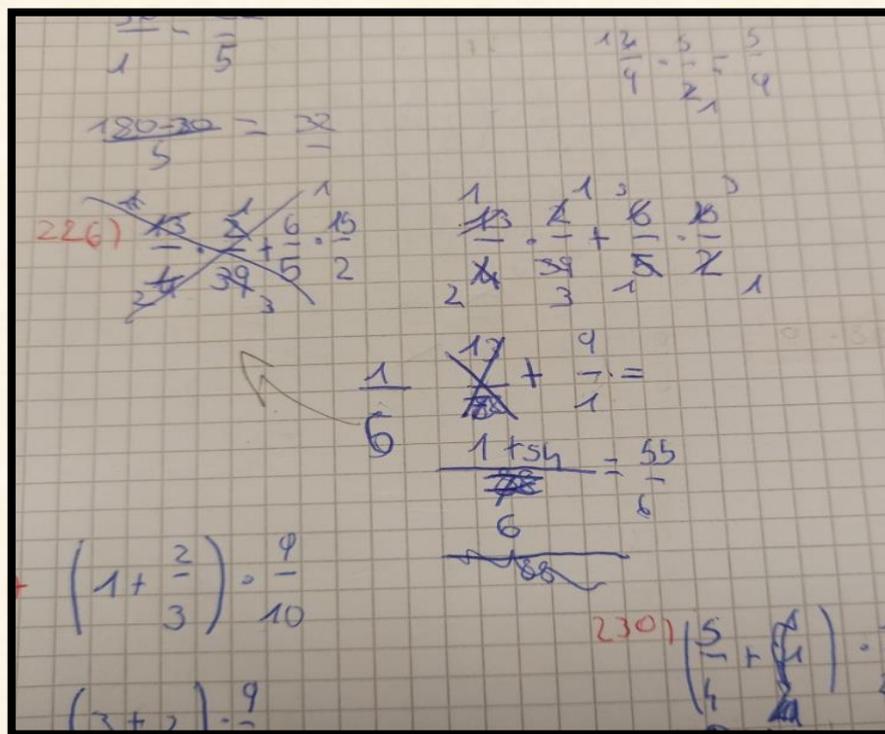
$$\frac{5}{30} \cdot \frac{8}{15} + \frac{5}{5} =$$

ES 2

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{40}{15} + \frac{5}{5} =$$

$$\frac{5}{5} \cdot \frac{40}{15} + \frac{1}{1} =$$

RECUPERO  
DELLE  
PROCEDURE  
sintattici



Filippo fatica:

- Impostazione grafica
- Ricordarsi cosa deve fare

VISUOSPAZIALE

MANTENIMENTO  
DELLA  
PROCEDURA  
sintattici

SEMANTICA  
DELLA  
FRAZIONE?

ESERCIZI A PAG 56 N° 101 FINO 105

101

$$\sqrt{\left(3 - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(2 - \frac{11}{10} - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{3}{5} + \frac{3}{6}\right) \cdot \frac{10}{9} + \left(1 - \frac{7}{16}\right)}$$
$$\sqrt{\left(\frac{6-1}{2}\right) \cdot \left(\frac{20-11-5}{10}\right) \cdot \left(\frac{6+3}{10}\right) \cdot \frac{10}{9} + \left(1 - \frac{7}{16}\right)}$$
$$\sqrt{\frac{5 \cdot 4 \cdot 10 \cdot 10}{2 \cdot 10 \cdot 9} + \frac{6}{16}}$$
$$\sqrt{\frac{5 \cdot 4 \cdot 9 \cdot 10}{2 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 9} + \frac{6}{16}}$$
$$\sqrt{\frac{2+6}{2+16}}$$
$$\sqrt{\frac{16+6}{16}}$$
$$\sqrt{\frac{22}{16}}$$

Filippo ha difficoltà:

- Fare velocemente piccoli calcoli
- Mantenere la procedura
- Continuare a scrivere la radice quadrata

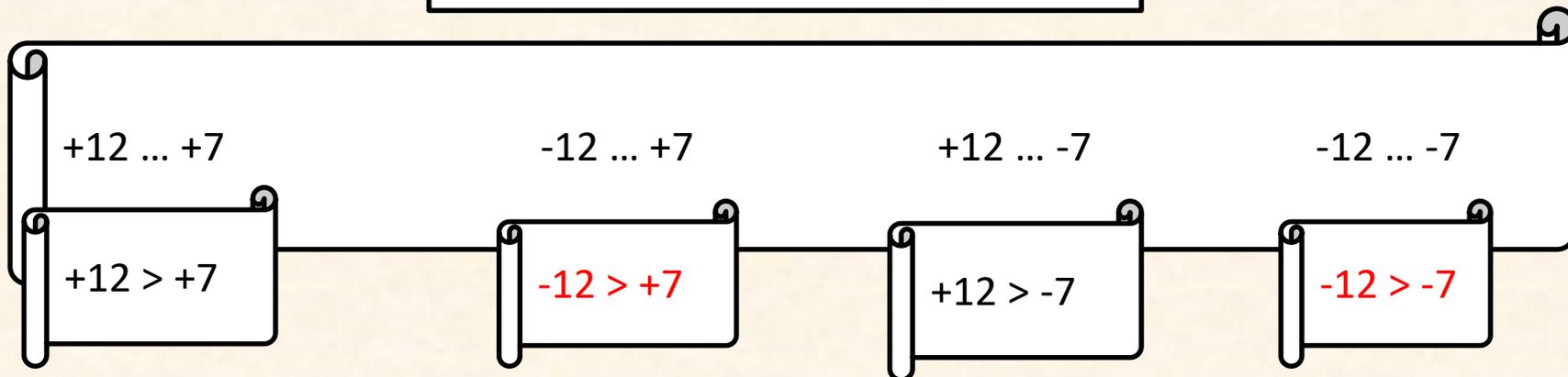
SEMANTICA  
DELLA  
RADICE

RECUPERO  
FATTI  
LESSICALE

VISUOSPAZIALI

PROCEDURALI  
(SINTATTICI)

Inserisci > o < al posto dei puntini



- Non si prende in considerazione il segno
- Si comprende il significato del numero?

SEMANTICA SU  
BASE  
SINTATTICA

RECUPERO  
PROCEDURA  
sintattici

CALCOLA

$$3 \cdot (-2 + 2) + 1 =$$

LUCA SCRIVE

$$3 \cdot (-2 + 2) + 1 =$$

$$3 \cdot \underline{+1} =$$

$$3 \cdot (+1) = +3$$

LUCA DOVREBBE SCRIVERE

$$3 \cdot (-2 + 2) + 1 =$$

$$3 \cdot 0 + 1 =$$

$$0 + 1 = +1$$

Luca ha difficoltà:

- applicare la procedura
- Riconoscere il significato dello "0"

PROCEDURALI  
(SINTATTICI)

SEMANTICA  
DELLO "0"

The image shows a handwritten mathematical derivation on a grid background. The first step is the fraction  $\frac{x^2 - 2}{x^2}$ . This is followed by an equals sign and a second fraction where the  $x^2$  in the numerator and the  $x^2$  in the denominator have been crossed out with blue lines, leaving  $\frac{-2}{1}$ . This is followed by another equals sign and the final result  $-2$ .

$$\frac{x^2 - 2}{x^2} = \frac{\cancel{x^2} - 2}{\cancel{x^2}} = -2$$

Luca fatica:  
•Riconoscere quando  
applicare una  
procedura

**PROCEDURALI  
sintattici**

$$-(x + 2) = -x + 2$$

$$-x - 2$$

•Significato del simbolo  
•Progettazione e verifica

$$-\frac{4-x}{2} = -\frac{4-x}{2}$$

$$\frac{-4+x}{2}$$

SEMANTICA

RECUPERO DELLA  
PROCEDURA  
sintattici

Handwritten mathematical work on a grid background. The work shows several calculations involving fractions and integers. Some parts are circled in red, indicating errors. The calculations include:

$$-\frac{1}{20} \cdot (-1 - \frac{1}{3} + \frac{5}{6} - \frac{3}{10})$$

$$-\frac{1}{20} \cdot (-1 + \frac{1}{3} - \frac{5}{6} + \frac{3}{10}) = \frac{-1 - 1 + 105 - 225 + 18}{120} = \frac{63}{120}$$

$$+\frac{9}{5} \cdot (-2 + \frac{7}{2} - \frac{7}{10} + \frac{5}{6})$$

$$\frac{9}{5} \cdot (-2 + \frac{7}{2} - \frac{7}{10} + \frac{5}{6}) = \frac{18 - 2 + 24 + 7 + 24}{10} = \frac{40}{10}$$

$$-\frac{1}{4} \cdot (\frac{5}{12} + \frac{7}{4} - 1 + \frac{6}{6}) + \frac{7}{6} + (-\frac{5}{8} - \frac{3}{4} + \frac{5}{6})$$

$$-\frac{1}{4} \cdot \frac{5}{12} + \frac{7}{4} - 1 + \frac{6}{6} + \frac{7}{6} - \frac{5}{8} - \frac{3}{4} + \frac{5}{6} = \frac{3 - 5 - 24 + 10}{12} = -\frac{34}{12}$$

Recupero:

$$-(12 \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{3}) \cdot \frac{1}{5} - (-\frac{3}{2} - \frac{1}{2} + \frac{10}{3}) + \frac{7}{6}$$

$$-\frac{3}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{10}{3} + \frac{5}{6}$$

$$-\frac{33}{12} - \frac{1}{12} - \frac{32}{12} + \frac{1}{12} - \frac{60}{60} - \frac{15 - 20 - 24 + 26 - 60}{60} = -\frac{11}{20}$$

$$(-\frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{5}{6}) \cdot [\frac{3}{2} - (-\frac{5}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4})]$$

$$\frac{(-18 + 36 - 44)}{12} \cdot [\frac{3}{2} - \frac{5}{3} - \frac{1}{4} - \frac{1}{2}]$$

$$-\frac{5}{12} + \frac{1}{12} = -\frac{4}{12} = -\frac{1}{3}$$

$$\{-\frac{5}{6} + [-\frac{7}{12} - (-\frac{10}{12} + \frac{3}{4} - \frac{1}{8})]\}$$

$$\{-\frac{5}{6} + [-\frac{7}{12} + (\frac{10}{12} - \frac{3}{4} - \frac{1}{8}) - (\frac{3}{4} - \frac{13}{6} - \frac{5}{8})]\} \cdot \frac{2}{5} \cdot (-\frac{3}{4} + \frac{7}{4})$$

Tommaso sin dalla prima media presenta difficoltà nelle espressioni:

- Non gli tornano per distrazione (così dicono i prof.)
- sbaglia (non sempre) a mettere il segno

**MANTENIMENTO DELLA PROCEDURA sintattici**

**RECUPERO DEI FATTI NUMERICI lessicali**

“ax” non avendo  
cifre davanti  
viene eliminato

Calcola:

$$(2ax + 6ax - ax + 7ax) = 15 ax$$

Si dovrebbe scrivere:

$$(2ax + 6ax - ax + 7ax) = 14 ax$$

**PROCEDURA  
sintattici**

**SEMANTICA  
DEL  
SIMBOLO**

Sostituisci alle lettere a e b i valori assegnati:  $a = -5$ ,  $b = -2$

Amina scrive:

$$\frac{a + (2b - a)}{\frac{1}{2}a - \frac{1}{2}b}$$

$$a = -5$$

$$b = -2$$

$$\frac{-5 + (2 \cdot -2 - 5)}{\frac{1}{2} \cdot -5 - \frac{1}{2} \cdot -2}$$

$$\frac{-5 + (2 \cdot -2 - 5)}{\frac{1}{2} \cdot -5 - \frac{1}{2} \cdot -2}$$

Amina dovrebbe scrivere:

$$\frac{a + (2b - a)}{\frac{1}{2}a - \frac{1}{2}b} = \frac{-5 + [2 \cdot (-2) - (-5)]}{\frac{1}{2} \cdot (-5) - \frac{1}{2} \cdot (-2)}$$

$$\frac{1}{2}a - \frac{1}{2}b \quad \frac{1}{2} \cdot (-5) - \frac{1}{2} \cdot (-2)$$

Non si da il giusto valore al "-"

PROCEDURA  
sintattici

SEMANTICA  
DEL  
SIMBOLO

•Valore di “x”  
•Valore dei numeri in riferimento alla “x”

Calcola il valore di x

$$12 x = 24$$

$$35 x = 5$$

$$4 = 24 x$$

$$45 = 5 x$$

Risposte:

$$12 x = 24$$

$$35 x = 5$$

$$4 = 24 x$$

$$45 = 5 x$$

$$X = 2$$

$$x = 7$$

$$x = 6$$

$$9 = x$$

SEMANTICA  
DEL  
SIMBOLO

RECUPERO  
PROCEDURA  
sintattici

$$0X = 3$$



$$X = 3$$

**IMPOSSIBILE** perché ogni numero moltiplicato per 0 fa 0 e non sarà mai uguale a 3

$$0X = 0$$



**IMPOSSIBILE**

**INDETERMINATA CON INFINITE SOLUZIONI:** ogni numero moltiplicato per 0 fa 0

**SEMANTICA DELLO 0**

$$\left. \begin{aligned} (A+B)^2 &= A^2 + 2AB + B^2 \\ (A-B)^2 &= A^2 - 2AB + B^2 \end{aligned} \right\} \text{QUAD. DI BINOMIO}$$
$$\left. \begin{aligned} (A+B)^3 &= A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3 \\ (A-B)^3 &= A^3 - 3A^2B + 3AB^2 - B^3 \end{aligned} \right\} \text{CUBO DI BINOMIO}$$
$$(A+B)(A-B) = A^2 - B^2 \quad \text{SOMMA} \times \text{DIFF.}$$

$$(3 - X) (-3 - X) =$$



NON SI RICONOSCE IL PRODOTTO NOTEVOLE

$$-(3 - X)(3 + X) =$$



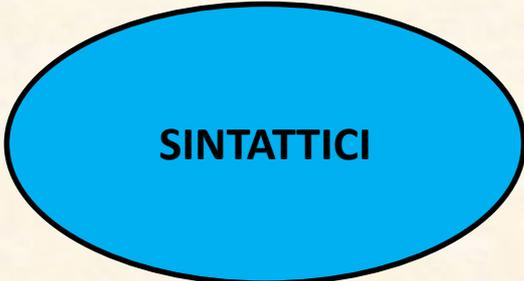
$$-(9 - X^2) = -9 + X^2$$

$$(4 + X^2) =$$



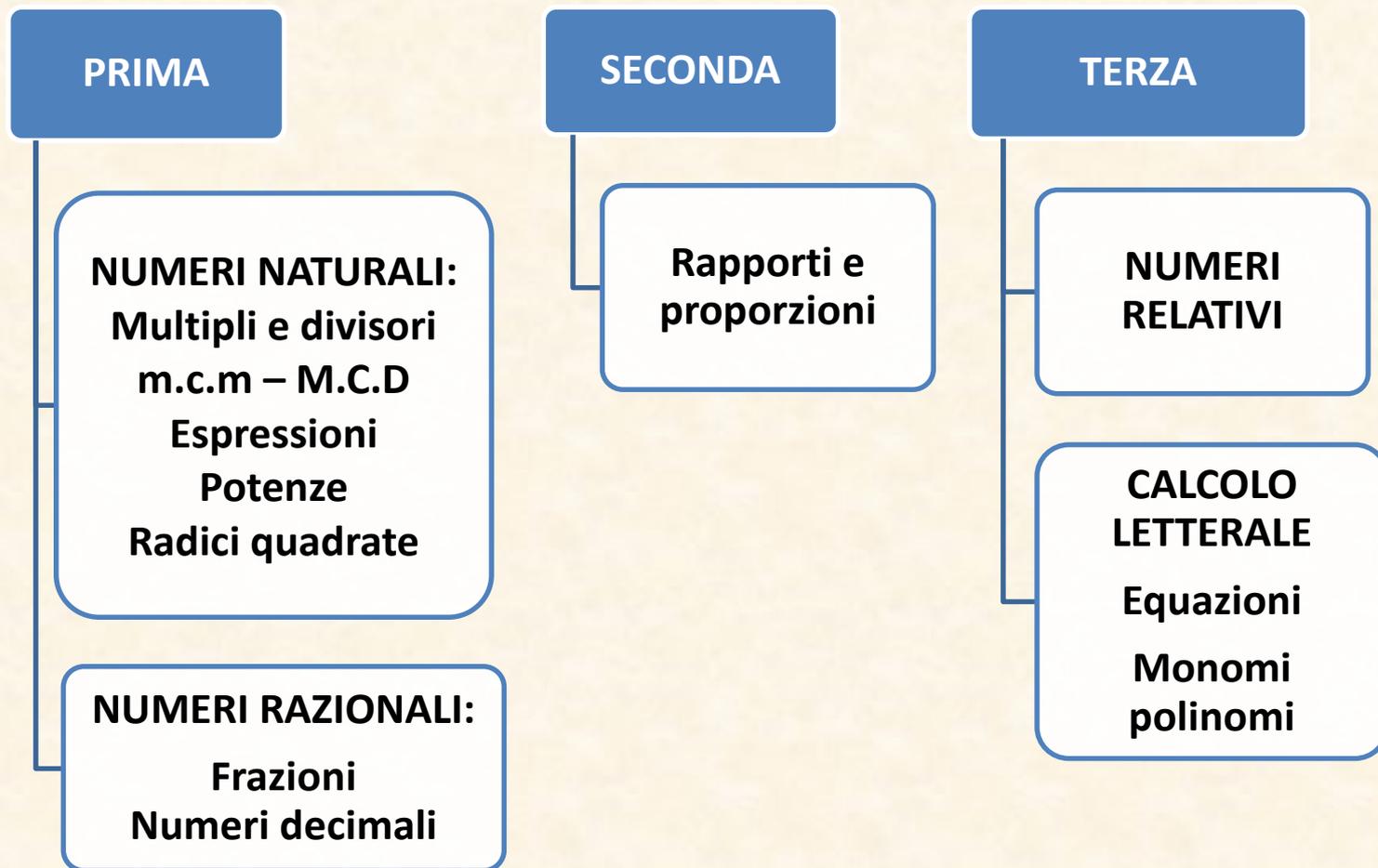
$$16 + X^2$$

NON SI METTE IL DOPPIO PRODOTTO



$$16 + X^2 + 2 * 4 * X = 16 + X^2 + 8X$$

E quindi? Cosa possiamo fare?



**COSA  
INSEGNIAMO?**

**COME  
FUNZIONIAMO?**

**COME LO  
FACCIAMO?**

**NUCLEI  
CONCETTUALI:  
NUMERI NATURALI  
NUMERI RAZIONALI  
RAPPORTI E  
PROPORZIONI  
NUMERI RELATIVI  
CALCOLO  
LETTERALE**



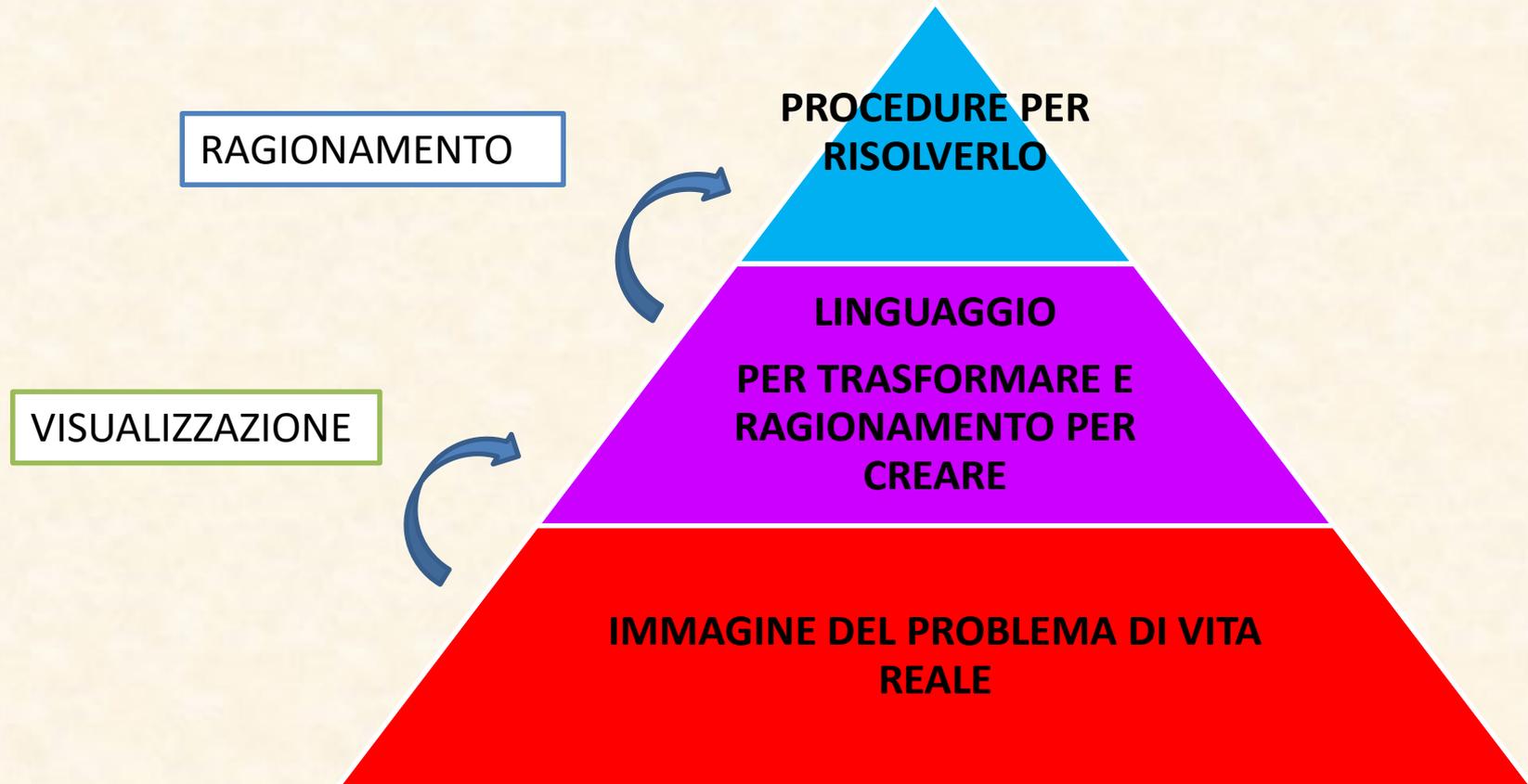
**PROCESSI DI  
BASE:  
SEMANTICI  
LESSICALI  
SINTATTICI**



**PROCESSI DI BASE:  
VISSUTO  
PERCEPITO  
RAPPRESENTATO**



**SITUAZIONE  
PROBLEMA SU  
CUI RAGIONARE  
E TROVARE LE  
PROCEDURE**



Introdurre l'argomento in modo intuitivo  
(Es. la storia di Roberto che ama fare immersioni)

Ci permette di avere la giusta rappresentazione mentale

Stimolare il ragionamento

Ci permette di coinvolgere i ragazzi e rafforza l'autostima

**Si può presentare come un problema che per essere risolto ha bisogno di una sequenza obbligata di operazioni.**

**Importante fare attenzione all'esecuzione delle operazioni e all'uso delle parentesi**

**SI PARTE DA UN PROBLEMA DI VITA REALE**

## POSSIBILI SOLUZIONI

Anna ha comperato **3 scatole** di pennarelli a **5 euro l'una** e **6 quaderni** a **2 euro l'uno**. Compra anche **una penna** presa da una **confezione di 6 penne** che costano **tutte insieme 18 euro**. Alla cassa riceve uno **sconto di 4 euro**.

Quanto spende Anna?

The handwritten solution on grid paper illustrates the calculation of the total cost of school supplies. It uses drawings to represent the items and their costs, followed by a series of arithmetic steps.

1. **Items and Costs:**  
- 3 boxes of markers (each box contains 5 markers) at 5 euros each.  
- 6 notebooks at 2 euros each.  
- A pack of 6 pens for 18 euros (one pen is shaded).

2. **Initial Calculation:**  
$$5 \times 3 + 2 \cdot 6 + \frac{18}{6} - 4 =$$

3. **Intermediate Steps:**  
$$15 + 12 + 3 - 4 =$$

4. **Final Calculation:**  
$$27 + 3 - 4 =$$
  
$$30 - 4 = 26$$

QUALCHE STRATEGIA PER SOSTENERE CHI HA DIFFICOLTA'  
VISUOSPAZIALI  
MANTENIMENTO DELLA PROCEDURA

$$\begin{aligned} & \boxed{2 \cdot 4} + \boxed{2 \cdot 3} - \boxed{5 \cdot 2} + (82 + 2 \cdot 4) \cdot (12 \cdot 2 + 6) + 12 \cdot 6 = \\ & \boxed{8 + 6} - 10 + (\boxed{82 + 8}) : (\boxed{24 + 6}) + 3 = \\ & \boxed{14 - 10} + \boxed{90 : 30} + 3 = \\ & 4 + 3 + 3 = 10 \end{aligned}$$

## POSSIBILI SOLUZIONI-ESPRESIONI CON IL CALCOLO LETTERALE

$$(6x+3) \cdot (6x-2) - (4x+3) \cdot (2x) =$$

$$(+36x^2 - 12x + 18x - 6) - (+8x^2 + 6x)$$

$$+36x^2 - 12x + 18x - 6 - 8x^2 - 6x$$

$$+28x^2 - 6x - 6$$

es 4

$$8x+4 + 7x-1 + 15x+4 + 7x-1 =$$

$$37x+6 =$$

### I NUMERI NATURALI

**COSA  
SONO?**

**Sono i numeri con cui i bambini hanno imparato ad operare e ragionare rispetto al “senso del numero” e che utilizzano per “contare” e “ordinare” in modo sempre più efficiente.**

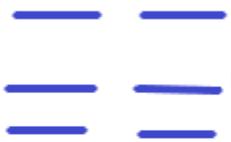
**QUALI  
SONO?**

- **Multipli e divisori**
- **Mcm e MCD**
- **Espressioni**
- **Potenze**
- **Radice quadrata**

Lucia sta correndo e fa 2 metri al secondo. Quanti metri fa in 2 secondi? E in 3 secondi? E in 4,5,6?



tempo	spazio percorso (metri)
1	2
2	4
3	6
4	8



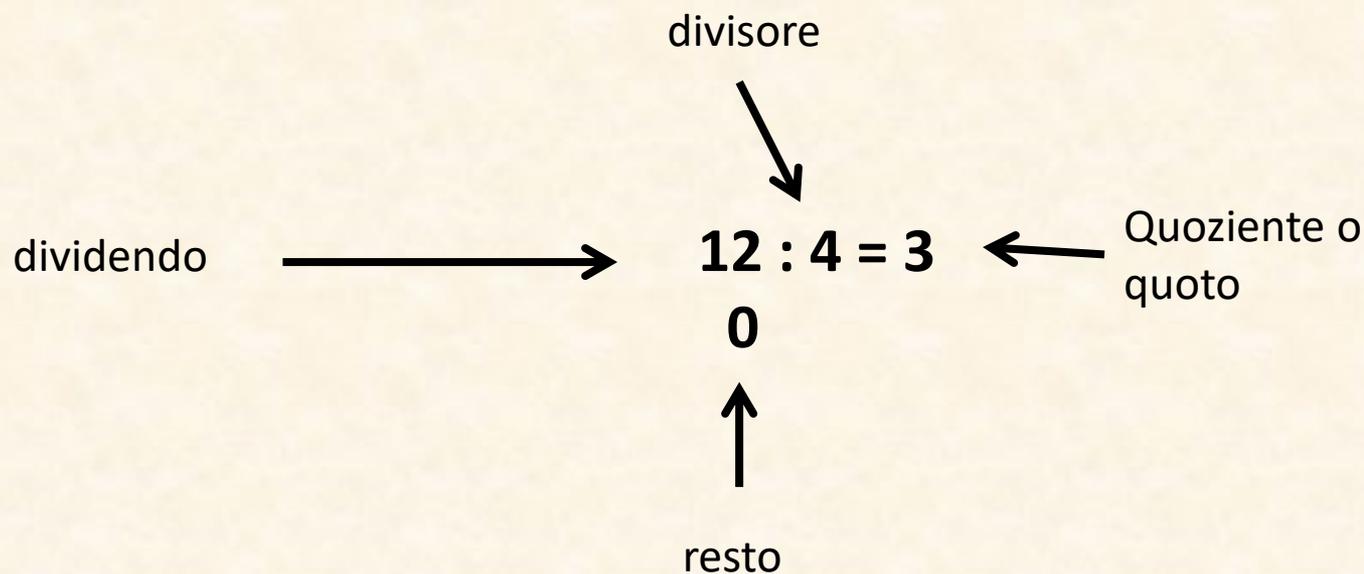
Nella colonna "spazio percorso" vedi i multipli di 2

**13 caramelle vengono distribuite tra 4 bambini. Quante ne riceve ogni bambino? Quante ne rimangono?**

$$\begin{array}{r} 13 : 4 = 3 \\ 1 \end{array}$$

Ogni bambino riceve 3 caramelle, 1 rimane

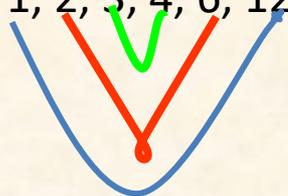
**E se le caramelle fossero state 12?**



I divisori che ci servono sono quelli che non lasciano il resto!!!

**TROVIAMO I DIVISORI DEL 12**

$D_{12} = 1, 2, 3, 4, 6, 12$

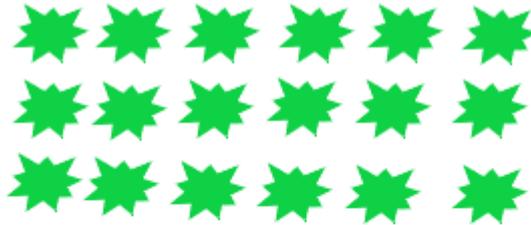


ORA E' FACILE  
CAPIRE CHE I  
NUMERI PRIMI  
HANNO COME  
DIVISORE SOLO 1 E  
SE STESSI

Francesco vuole regalare degli sticker ai suoi amici. Vuole dividere gli sticker in sacchetti con le stesse quantità. Qual è il numero massimo di sacchetti che può fare?



12 STICKER  
STELLE



18 STICKER  
LAMPO



6 STICKER  
FULMINE

La  
matematica  
come ci può  
aiutare?

Quale argomento ci  
potrà aiutare?

# POSSIBILI SOLUZIONI-MASSIMO COMUNE DIVISORE M.C.D.

Proviamo a dividere gli sticker in gruppi uguali senza resto... partiamo dal più piccolo!



**TROVIAMO I DIVISORI**

 12 STICKER STELLE	 18 STICKER LAMPO	 6 STICKER FULMINE
---	---	---

$D_{12} = 1, 2, 3, 4, 6, 12$

$D_{18} = 1, 2, 3, 6, 9, 18$

$D_6 = 1, 2, 3, 6$

**QUALI DIVISORI SONO IN COMUNE?**

$D = 1, 2, 3, 6$

**QUAL E' IL PIU' GRANDE?**

$D = 6$

# POSSIBILI SOLUZIONI-LE POTENZE

Strategia  
sintattica

Strategia  
visuospatiale

$$2^3 \cdot 2^2 = 2^{3+2} \quad 2^3 \cdot 2^2 = 2^{3 \cdot 2} \quad (2^3)^2 = 2^{3 \cdot 2}$$

$$\begin{aligned} \left(-\frac{5}{3}\right)^2 &= +\frac{25}{9} \\ -\frac{6}{7}^2 &= -\frac{36}{49} \\ -\frac{5}{6}^2 &= -\frac{25}{36} \end{aligned}$$

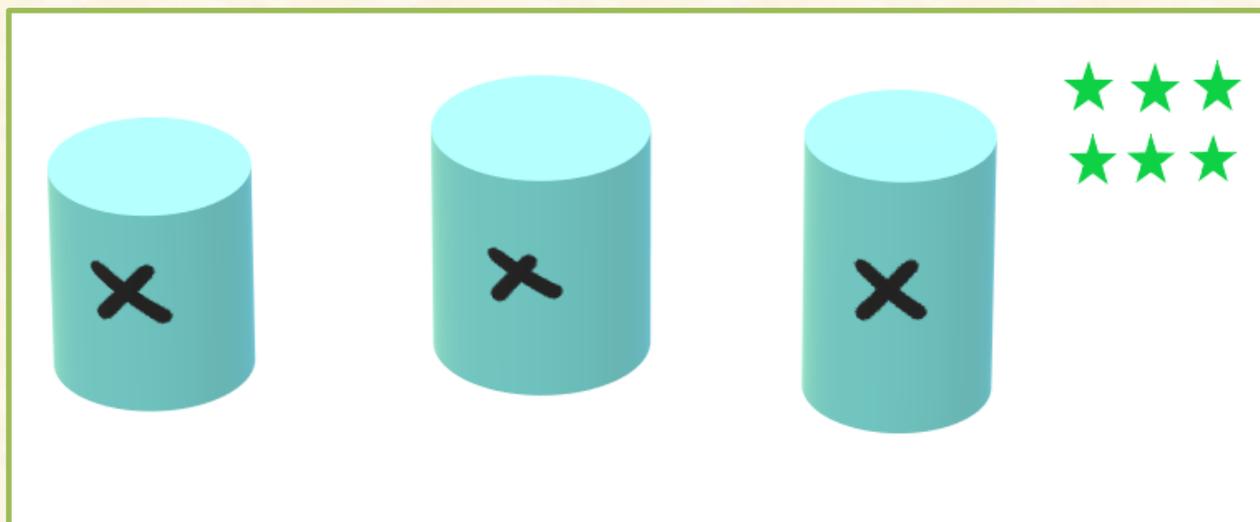
$$\begin{aligned} \left(+\frac{7}{6}\right)^2 &= +\frac{49}{36} \\ -\frac{12}{5}^2 &= -\frac{144}{25} \\ -\frac{13}{9}^2 &= -\frac{169}{81} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (+1)^{20} &= +1 \\ (+1)^{21} &= +1 \\ (-1)^0 &= +1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left(-\frac{4}{5}\right)^1 &= -\frac{4}{5} \\ +\left(\frac{4}{5}\right)^0 &= +1 \\ +\left(\frac{13}{2}\right)^2 &= +\frac{169}{4} \end{aligned}$$

## POSSIBILI SOLUZIONI-CALCOLO LETTERALE-L'EQUAZIONE

Sofia gioca con Matteo : Sofia riempie dei sacchetti con delle caramelle e Matteo deve scoprire quante caramelle ci sono in ogni sacchetto sapendo che in tutto ce ne sono 6.



$$X + X + X = 6$$

La X si chiama incognita perché non ne conosciamo il valore



EQUAZIONE

$$X + X + X = 6$$

Se ho tre "x" che si ripetono in quale operazione posso trasformarla?

$$3 * X = 6$$



$$3 X = 6$$

$$X = \frac{\cancel{6}}{\cancel{3}} \longrightarrow X = 2$$

Cerco il divisore  
comune al 6 e al 3  
più grande  
M.C.D



## POSSIBILI SOLUZIONI-CALCOLO LETTERALE-L'EQUAZIONE

$$3a + 6a - 2a + 7 - 4 =$$

Se  $a = 5$

$$3 * 5 + 6 * 5 - 2 * 5 + 7 - 2 =$$

$$15 + (30) - (10) + 7 - 2 =$$

$$15 + 30 - 10 + 7 - 2 =$$

Se  $a = -5$

$$3 * (-5) + 6 * (-5) - 2 * (-5) + 7 - 2 =$$

$$-15 + (-30) - (-10) + 7 - 2 =$$

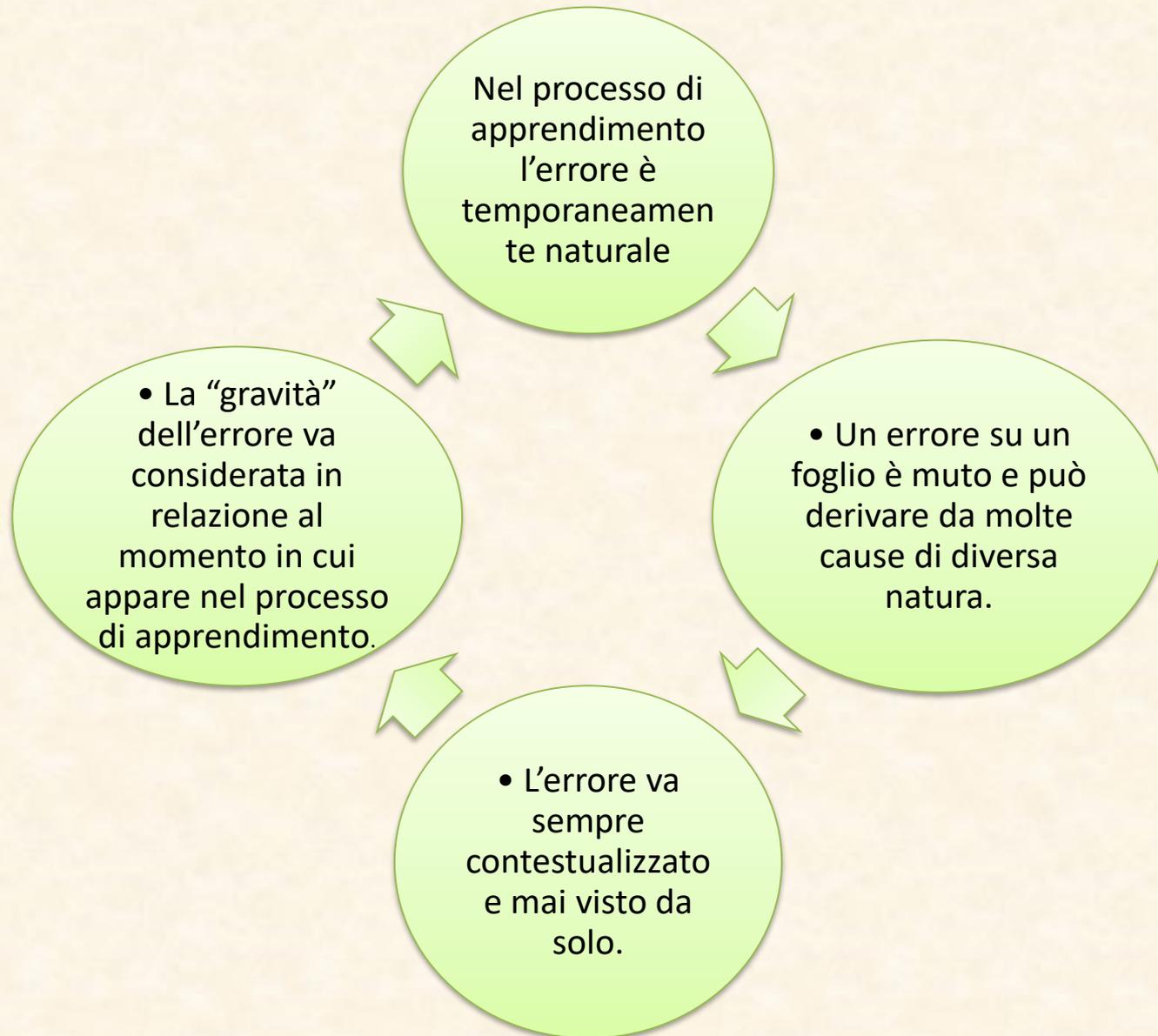
$$-15 - 30 + 10 + 7 - 2 =$$

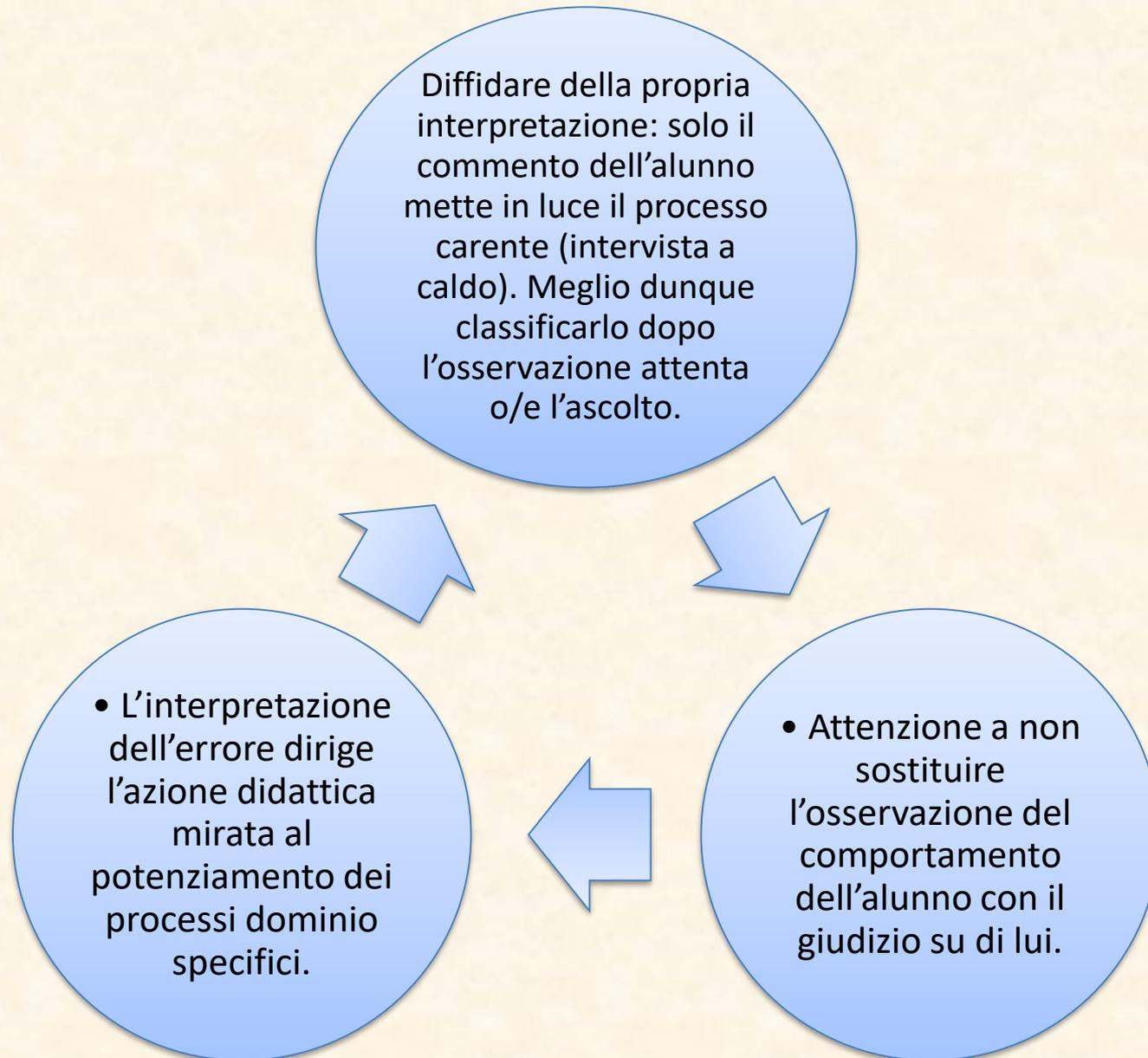
Ripetere ostinatamente le stesse procedure crea delle fissità funzionali

Per superare l'errore e acquisire un concetto è necessaria la discussione didattica e il potenziamento mirato.

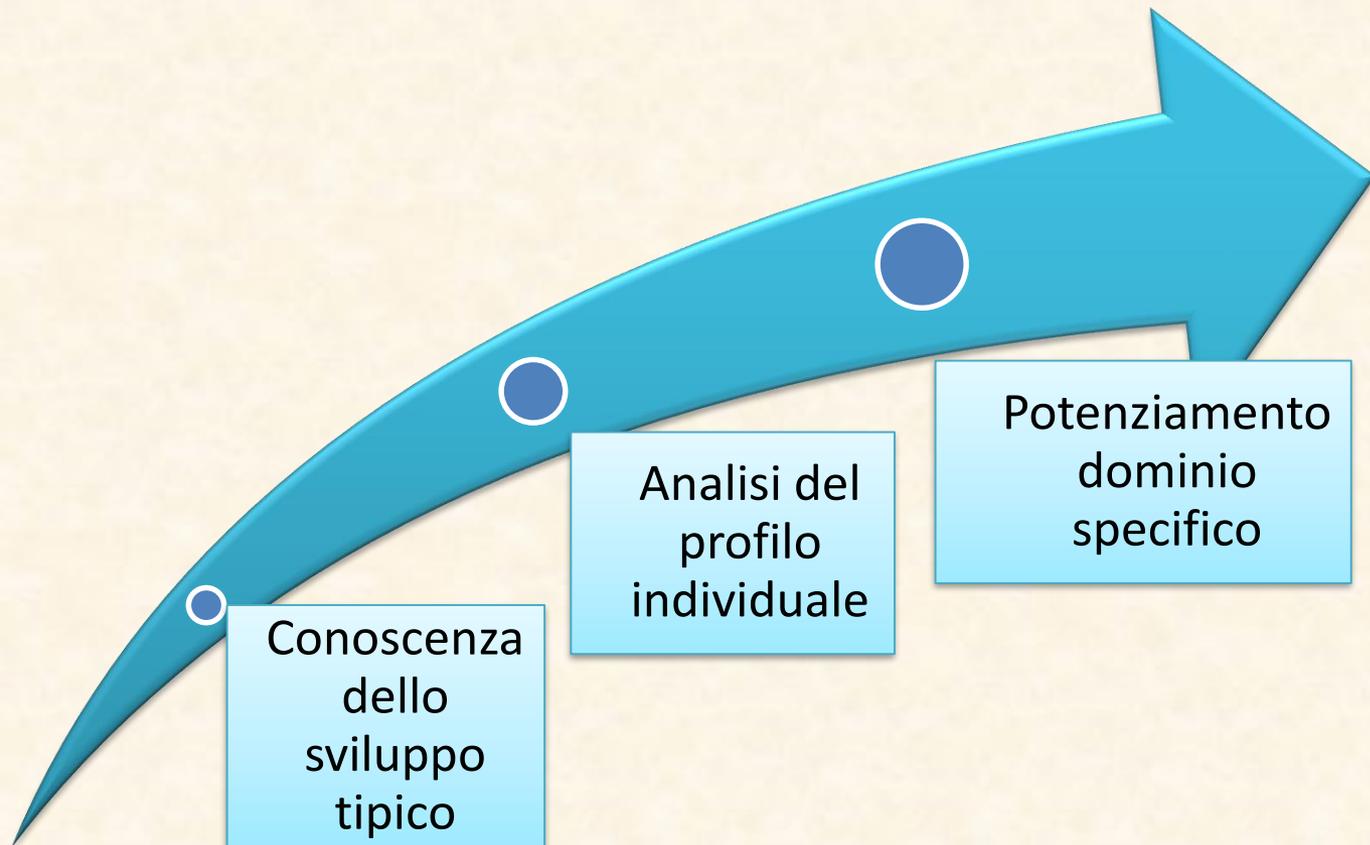
- abituarsi alla discussione favorisce:
  - un atteggiamento metacognitivo
  - un “distacco” dall'errore: commettere un errore non viene più sentito come un giudizio sulle proprie abilità in matematica o sulla propria intelligenza

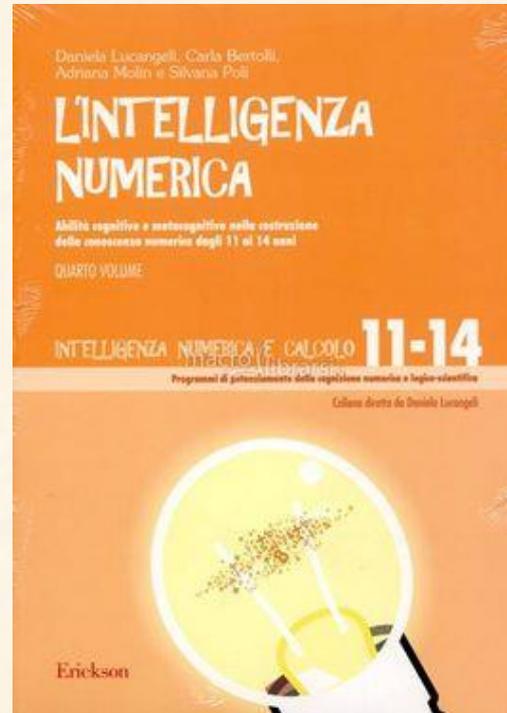
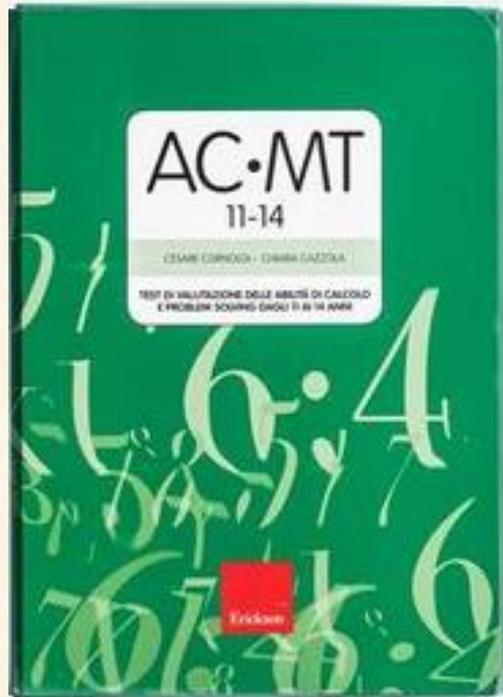






## Fasi del potenziamento





## BIBLIOGRAFIA

---

Indicazioni per il curricolo per la scuola dell'infanzia e per il primo ciclo d'istruzione. Archivio della Pubblica Istruzione:

[https://archivio.pubblica.istruzione.it/normativa/2007/allegati/dir\\_310707.pdf](https://archivio.pubblica.istruzione.it/normativa/2007/allegati/dir_310707.pdf), p. 94

Popper, K. (1972). *Objective Knowledge an Evolutionary Approach*. Tr. it. *Conoscenza oggettiva. Un punto di vista evoluzionistico*. (2002). Oxford: Clarendon.

Peck, D. M., Jencks, S. M., & Connell, M. L. (1989). Improving instruction through brief interviews. *Arithmetic Teacher*, 37 (3), 15–17.

MIUR (2012). Indicazioni nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo d'istruzione. In *Annali della Pubblica Istruzione. Le Monnier*.

Krygowska, A.Z. (1957). Sul pericolo del formalismo e del verbalismo nell'insegnamento dell'algebra. *Archimede*, 4–5, 165–177.

## BIBLIOGRAFIA

---

Gardner, H. (1991). *The Unschooled Mind: How children think and how schools should teach*. Tr. it.

*Educare al comprendere. Stereotipi infantili e apprendimento scolastico (1993)*. New York: Basic Books.

Enriques, F. (1936). *Il significato della storia del pensiero scientifico*. Bologna: Zanichelli.

Ajuraguerra J. De 1973 *Il manuale di Psichiatria del bambino*. Masson, Paris

*Le Boulch J. (1983) Educare con il movimento*. Armando (Roma)

*Wallon H. (1931) Comment se développe chez l'enfant la notion du corps propre*. *Journal de Psychologie*, 3, 121-150

Bortolato C. (2014) *La via del metodo analogico. Teoria dell'apprendimento intuitivo della matematica*. Erickson

Lucangeli et al. (2010) *L'intelligenza numerica – quarto volume*. Erickson

Benso F., Ardu. E.,Giacobbe A., (2013). *Lo sviluppo dell'abilità di calcolo i sistemi e i processi sottostanti: dalla corrispondenza biunivoca al Sistema Attentivo Esecutivo, Intervento Logopedico nei DSA-La Discalculia, Vol. 7, pp.141-171.*

## BIBLIOGRAFIA

---

Butterworth B., Yeo D., (2011). *Didattica per la Discalculia*, Erickson, Trento.

Cornoldi C., De Beni R., Zamperlin C., Meneghetti C., (2005) *AMOS 8-15 Abilità e motivazione allo studio: prove di valutazione per ragazzi dagli 8 ai 15 anni*. Erickson, Trento.

Lucangeli D., Passolunghi M.C., (1995) *Psicologia dell'apprendimento matematico*, Utet, Torino.

Lucangeli D., Tressoldi P.E., Cendron M. (1998). Cognitive and Metacognitive Abilities Involved in the Solution of Mathematical Word Problems: Validation of a Comprehensive Model, *Contemporary Educational Psychology*, Vol.23, pp. 257-275.

Lucangeli D., Mammarella I. C. a cura di, (2014). *Psicologia della cognizione numerica*, Franco Angeli, , Milano.

Poli S, Molin A., Lucangeli D., Cornoldi C., (2006). *Memocalcolo*, Erickson, Trento

A. Molin, S. Poli, P.E. Tressoldi, D. Lucangeli, (2009), *Discalculia Traininer*, Erickson, Trento.

D. Lucangeli, S. Poli, A. Molin,(2011), *Sviluppare l'intelligenza numerica 2*, Erickson, Trento.

Cornoldi C., Lucangeli D., Perini N. (2020), *AC-MT Test di valutazione delle abilità di calcolo e soluzione dei problemi-GRUPPO MT*, Erickson, Trento.

La verità di  
domani si nutre  
dell'errore di ieri.

(Antoine de Saint-Exupéry)



# GRAZIE PER L'ATTENZIONE!!!!



CONTATTI:

**Elena Mattesini**

Studio multidisciplinare «Detto e Fatto»  
Sansepolcro, AR

+39 349 5385394

[info@dettoefatto.it](mailto:info@dettoefatto.it)

[www.dettoefatto.it](http://www.dettoefatto.it)